

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR ÈS.SCIENCES PHYSIQUES

par

Claude BASTARD

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude de la diffusion élastique pion.nucléon lié

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la faculté

Soutenues le 15 Décembre 1965 devant la Commission d'Examen

JURY

MM. A. SARAZIN

Président

J. LAFOUCRIÈRE

G. PHILBERT

M. GUSAKOW

Examineurs

THÈSES

présentées

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

pour obtenir

le grade de DOCTEUR ÈS.SCIENCES PHYSIQUES

par

Claude BASTARD

PREMIÈRE THÈSE

Contribution à l'étude de la diffusion élastique pion.nucléon lié

DEUXIÈME THÈSE

Propositions données par la faculté

Soutenues le 15 Décembre 1965 devant la Commission d'Examen

JURY

MM. A. SARAZIN

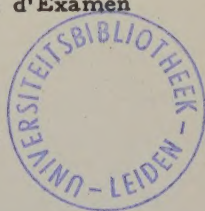
J. LAFOUCRIÈRE

G. PHILBERT

M. GUSAKOW

Président

Examineurs



FACULTE DES SCIENCES

Doyens Honoraires

MM. LONGCHAMBON
MOUSSA
GAUTHIER Henri

Professeurs Honoraires

MM. de LARAMBERGUE
SOLLAUD
MENTZER
MOUSSA
JAFFARD
EYRAUD Henri
DEJARDIN
VIRET

Doyen

M. BRACONNIER

Assesseurs

MM. MESNARD
BOIDIN

Professeurs

MM. LONGCHAMBON	Minéralogie
PRETTE	Chimie industrielle
COURTY	Chimie-Physique
KUHNER	Botanique
MALECOT	Mécanique rationnelle et appliquée
PARIS	Chimie minérale
AUMERAS	Chimie générale II
COLONGE	Chimie organique
JANN	Physique générale
FLANDRIN	Géologie appliquée
BERNARD	Physique industrielle
DUFAY Jean	Astronomie
NGON	Zoologie expérimentale
GAUTHIER Henri	Géologie générale
WAUTIER	Zoologie
CHOPIN	Chimie biologique
CUILLERON	Chimie
BRACONNIER	Calcul différentiel et intégral
EYRAUD Charles	Chimie-Physique appliquées
SARAZIN	Physique nucléaire
BOIDIN	Microbiologie et Mycologie
PERES	Physiologie
MESNARD	Electronique
GRANDMONTAGNE	Physique
BOUILLIER	Minéralogie
LAFOURGIERE	Physique nucléaire théorique
DEUX	Chimie organique
TEICHNER	Chimie industrielle
FAVANS de CEGCATTY	Zoologie
MERLIN	Chimie analytique
DUFAY Maurice	Physique de l'Atmosphère
PHILLBERT	Physique nucléaire
COHEN-ADAD	Chimie
DAVID Louis	Géologie générale
CHANEL	Psychophysiologie
MAURY	Méthodes Mathématiques de la Physique
DEPRAZ	Physique nucléaire
GAUTHIER Jean	Chimie
GAUME	Physique expérimentale

Professeurs sans chaire

MM. FERON	Mathématiques
LAFORGUE	Physique
LEGAT	Zoologie expérimentale S.P.C.N.
UZAN	Physique S.P.C.N.
CHENEVOY	Géologie appliquée
GINET	Zoologie
ASCH	Physique
MICHEL Pierre	Minéralogie
Mlle MAITROT	Physique
MM. GEVIN	Géologie générale
PONASSE	Mathématiques
d'INCAN	Physique
LEFEVRE	Mathématiques
PERNET	Mathématiques
CHERY	Physique
BERGEON	Physique C.S.U.
Mlle GAUTHERON	Chimie biologique
DESCOTES	Chimie organique
ERBEIA	Physique
Mme ERICSON	Physique générale
LEMOIGNE	Botanique

Maîtres de Conférences

MM. MARTEL	Mécanique
MATHIEU	Mécanique des Fluides
PICARD Philippe	Mathématiques
DEMARCO	Géologie générale
MICHEL Georges	Biochimie
LEBRETON	Biologie végétale
DAVID Jean	Biologie animale
TOUSSET	Chimie propédeutique
FEUVRAS	Physique Electricité
PICARD Claude	Mathématiques
SCHMITT	Physique M. P. C.
LAURENT	Chimie organique
ROT	Mathématiques
BETHOUX	Mathématiques T. M. P.
Mlle CALAIS	Mathématiques C.S.U.
GUSAKOW	Physique
Mlle THOMAS	Chimie Minérale
COLOBERT	Physiologie

Maître de Conférences adjoint

M. PIERRON	Chimie
------------	--------

Conseiller Administratif

M. BURNET

Secrétaire Principal Honoraire

M. ROUX

A MES PARENTS

A MA FEMME

A MES ENFANTS

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur le Professeur G. PHILBERT. Je le remercie pour les nombreuses idées et conseils qu'il n'a cessé de me prodiguer.

J'exprime ma plus vive reconnaissance à Monsieur le Professeur A. SARAZIN, Directeur du Centre d'Etudes Nucléaires de Lyon pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mon travail. Ses encouragements furent toujours pour moi très précieux.

Que Monsieur le Professeur J. LAFOUCRIERE qui dirigea mes premiers travaux scientifiques et avec lequel j'ai eu des discussions très fructueuses reçoive l'expression de ma plus sincère gratitude.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur M. GUSAKOW qui a bien voulu me faire l'honneur de s'intéresser à ce travail.

Mes remerciements vont également à Monsieur le Professeur C. A. RAMM du CERN qui nous a confié les clichés de chambre à bulles nécessaires et sans qui ce travail n'aurait pu être mené à bien, aux Docteurs O. GOUSSU (Saclay); M. PATY (CERN), M. SENE (Orsay) pour les indications qu'ils m'ont données concernant le dépouillement de ces clichés.

INTRODUCTION

I. - POSITION DU PROBLEME

Les réactions entre particules à interaction forte et noyaux aux hautes énergies se décrivent comme résultant de deux processus successifs. Le premier est la cascade : la particule primaire subit une collision avec l'un des nucléons du noyau. Il y a émission de nouvelles particules, parmi lesquelles éventuellement la particule incidente et le nucléon en interaction. Celles-ci (ou une partie de celles-ci, les autres sortant directement du noyau) interagissent à leur tour avec les nucléons. Le phénomène se répète et, à la fin de la cascade, un certain nombre de nucléons ont été expulsés ; d'autres ont été transférés à un niveau excité. Le second est l'évaporation : le noyau "résiduel" qui subsiste se désexcite par un mécanisme d'évaporation. La cascade se déroule en un temps très court, de l'ordre de 10^{-22} à 10^{-23} seconde. L'évaporation est comparativement un phénomène lent (10^{-16} à 10^{-17} seconde).

Trois thèses, explicites ou implicites sont sous-jacentes à la description de la cascade :

a) les chocs sont des chocs à deux corps (pas d'influence des nucléons du noyau autre que le partenaire du choc). Le potentiel nucléaire agit en bloc et seulement pour déterminer l'énergie intranucléaire de la particule incidente et les énergies des particules expulsées à la sortie.

b) pendant toute la cascade, le système des nucléons non partenaires dans une collision est "gelé", leurs niveaux ne sont pas modifiés par la modification de la structure nucléaire résultant de la cascade.

Les thèses a) et b) impliquent que le noyau peut être considéré comme constitué de particules indépendantes.

c) Enfin l'interaction entre une particule et un nucléon lié est rigoureusement analogue à la même interaction où le partenaire serait un nucléon libre.

L'expérience donne un support suffisant à la thèse a), b) ne peut guère être considérée que comme une hypothèse ad hoc justifiée surtout par son utilité pratique, en ce sens qu'elle permet de débrouiller un ensemble de faits complexes. Enfin le degré de la validité de c) pour être appréciée, exige une étude approfondie. Il est aisé de montrer que l'exactitude de a) et de b) étant supposée, c) suscite de sérieuses difficultés. Considérons par exemple, la première collision de la particule primaire. Supposons la élastique. Si la dynamique est la même que celle d'une collision avec un nucléon libre, l'énergie du nucléon après l'interaction peut être telle qu'il ne puisse sortir du noyau. Dans ces conditions, il faut que l'état final soit un état quantique possible, et une cinématique totalement arbitraire est exclue. L'appartenance du nucléon à un noyau modifie la section efficace différentielle de diffusion élastique. L'hypothèse du modèle optique et, de toute façon le théorème optique, lient les sections efficaces de diffusion élastique et inélastique. Cette dernière qui correspond à l'émission de particules, est donc, elle aussi, susceptible d'être modifiée.

C'est ce problème des modifications apportées à la dynamique des interactions entre particules par l'appartenance de l'une d'elles à un noyau et la limitation des états finaux en résultant, que nous avons abordé dans notre mémoire. Nous n'avions certes pas l'intention de le traiter dans son ampleur et nous nous sommes borné à étudier comment il se présentait au point de vue théorique dans l'hypothèse d'un modèle nucléaire simple et au point de vue expérimental lorsque nous considérons les interactions résultant apparemment d'un choc unique entre un pion et un nucléon lié. Malgré les réserves que l'étroitesse des postulats introduits oblige à formuler, quant à la validité des conclusions, celles-ci semblent suggérer qu'une étude plus approfondie et moins arbitraire serait à la fois possible et susceptible de conduire à des développements intéressants.

II. - ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE

L'étude des réactions nucléaires aux hautes énergies a fait l'objet d'un assez grand nombre de mémoires dans lesquels les auteurs se bornent, pour la plupart, à étudier la cascade en utilisant l'approximation habituelle de l'identité des dynamiques d'interaction avec un nucléon lié et un nucléon libre et pour le noyau, le modèle du gaz de Fermi. Nous citerons les travaux de GOLDBERGER (ML) (1), BERNARDINI (G) (2), McMANUS (H) et col. (3) MEADOWS (J.W) (4), COMBE (J) (5), METROPOLIS (N) (6), BARASHENKOW (VS) et col. (7), WINSBERG (L) et CLEMENTS (T) (8), ABATE (E) et col. (9), GRATSZTAJIN (E) (10) et BERTINI (H) (11). Dans le domaine des énergies peu élevées, le problème a été abordé plus correctement par la mécanique quantique avec un modèle nucléaire plus réaliste (11) à (22). L'influence de l'occupation de certains niveaux sur les diffusions élastiques particule-nucléon lié, a été examinée dans les travaux indiqués ci-dessus (1) à (11). La question concernant les processus inélastiques n'a été abordée que dans quelques cas particuliers.

III. - PLAN DU MEMOIRE

Les parties essentiellement originales du mémoire concernent :

1° - L'établissement d'une méthode permettant de calculer la proportion des collisions élastiques particule-nucléon interdites par le principe d'exclusion de Pauli (Chapitre IV) .

2° - Une étude expérimentale de la diffusion élastique particule nucléon lié pour des pions de 1 GeV/c à l'aide de clichés de chambre à bulles à fréon (aimablement mis à notre disposition par M. le Professeur RAMM du C.E.R.N.) (Chapitre V).

Elles sont précédées de trois chapitres concernant le modèle nucléaire employé, la cinématique des collisions entre deux particules de vitesses et de directions quelconques, les sections efficaces d'interaction entre particules libres ; nous y avons soit développé des calculs qui n'étaient pas contenus au moins explicitement dans la littérature, soit encore précisé les hypothèses exigées par les développements qui suivent.

CHAPITRE I

MODELE NUCLEAIRE

Le modèle nucléaire choisi, pour des raisons qui ont été indiquées dans l'introduction et seront discutées de façon plus approfondie au chapitre IV, est un modèle à particules indépendantes, en l'espèce, du type " gaz de Fermi ".

Le noyau est donc constitué par un ensemble de particules indépendantes (les nucléons) assujetties à rester à l'intérieur d'une sphère et qui obéissent à la statistique de Fermi-Dirac, c'est à dire sont soumises au principe d'exclusion.

Désignons par s le spin, t le spin isotopique et p l'impulsion d'un nucléon, on montre (23), (24) que le nombre d'états possibles correspondant à une impulsion comprise en module entre p et $p + dp$ est égal à :

$$dg(p) = (2s+1)(2t+1) \frac{V}{h^3} 4\pi p^2 dp \quad (I.1)$$

V étant le volume de la sphère représentant le noyau

h la constante de Planck

Pour déterminer le nombre $dn(p)$ d'états effectivement occupés, on peut assimiler l'ensemble des nucléons à un gaz (gaz de Fermi) et on établit (23), (24) que :

$$dn(p) = (2s+1)(2t+1) \frac{V}{h^3} \frac{4\pi p^2 dp}{\exp\left(\lambda + \frac{p^2}{2MkT}\right) + 1} \quad (I.2)$$

M étant la masse du nucléon

k la constante de Boltzman

T la température absolue du gaz

λ est une constante qui se détermine en écrivant que le nombre total d'états occupés est égal au nombre total N de nucléons

$$N = (2s+1)(2t+1) \frac{V}{h^3} 4\pi \int_0^\infty \frac{p^2 dp}{\exp(\lambda + \frac{p^2}{2MkT}) + 1}$$

La fonction donnant la probabilité pour que l'état d'impulsion p soit occupé s'écrit alors :

$$P(p) = \frac{dn}{dg}(p) = \frac{1}{\exp(\lambda + \frac{p^2}{2MkT}) + 1}$$

Soit f le "facteur de dégénérescence" qui est fonction de la température du gaz.

$$f = \frac{N h^3}{(2s+1)(2t+1) V (2\pi MkT)^{3/2}}$$

et E_{oc} la valeur de l'énergie cinétique pour laquelle la moitié des états disponibles est occupé

$$E_{oc} = \frac{h^2}{2M} \left[\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{N}{(2s+1)(2t+1) V} \right]^{2/3}$$

$P(\frac{E_c}{E_{oc}})$ dépend seulement de f , E_c étant l'énergie cinétique du nucléon correspondant à l'impulsion p . Pour un noyau de rayon $R = 1,45 \times 10^{-13} A^{1/3}$ où A est le nombre de nucléons, E_{oc} est égal à 22 MeV.

L'état le plus stable du noyau correspond dans ce modèle à la température 0° absolu, le coefficient f est alors infini, on dit qu'il y a "dégénérescence complète"; $P(\frac{E_c}{E_{oc}})$ se présente alors sous la forme d'une fonction discontinue égale à l'unité de $E_c/E_{oc} = 0$ à $E_c/E_{oc} = 1$ et nulle partout ailleurs : tous les états d'énergies possibles compris entre 0 et E_{oc} sont occupés. Dans ce cas, le nombre d'états occupés correspondant à une impulsion comprise en module entre p et $p+dp$ est égal à (formule L2)

$$dn(p) = (2s+1)(2t+1) \frac{V}{h^3} 4\pi p^2 dp$$

ou, en utilisant l'énergie cinétique, le nombre d'états correspondant à une énergie cinétique comprise entre E_c et $E_c + dE_c$ est égal à :

$$dn(E_c) = (2s+1)(2t+1) \frac{V}{h^3} 4\pi \sqrt{2ME_c} M dE_c$$

formules que l'on peut encore écrire en introduisant les paramètres E_{oc} et $p_o = \sqrt{2ME_{oc}}$ et en remplaçant les spins s et t par leurs valeurs :

$$dn(p) = 3N \frac{p^2}{p_o^3} dp$$

$$dn(E_c) = \frac{3}{2} N \frac{E_c^{1/2}}{E_{oc}^{3/2}} dE_c$$

La probabilité pour qu'un nucléon ait une impulsion comprise en module entre p et $p+dp$ ou une énergie cinétique comprise entre E_c et E_c+dE_c , est égale à :

$$dP(p) = \frac{3p^2}{p_o^3} dp \quad (I.3)$$

$$dP(E_c) = \frac{3}{2} \frac{E_c^{1/2}}{E_{oc}^{3/2}} dE_c \quad (I.4)$$

La distribution en impulsion (I.3) a été souvent utilisée dans les calculs parce qu'elle est simple et parce que le modèle nucléaire auquel elle correspond assure la cohérence interne des théories qui l'utilisent. Mais c'est sa seule vertu. En effet, les données expérimentales l'infirmement nettement et suggèrent que les répartitions soient de type exponentiel : ainsi ont été proposées :

$$\exp \left(- \frac{P_0^2}{P_0^2} \right) \text{ avec } \frac{P_0^2}{2M} = 16 \text{ MeV d'après CLADIS (25)}$$

$$\frac{P_0^2}{2M} = 20 \text{ MeV d'après WILCOX (26)}$$

$$\frac{P_0^2}{2M} = 19 \text{ MeV d'après WATTENBERG (27)}$$

$$\frac{P_0^2}{2M} = 11 \text{ MeV d'après Mc EVEN (28)}$$

$$\frac{P_0^2}{2M} = 14 \text{ MeV d'après GREIDER (29)}$$

$$\frac{P_0^2}{2M} = 20 \text{ MeV d'après AZHGIREY (30)}$$

ou bien

$$\exp \left(- \frac{P_1^2}{P_1^2} \right) + 0,05 \exp \left(- \frac{P_2^2}{P_2^2} \right) \text{ avec } \frac{P_1^2}{2M} = 7 \text{ MeV et } \frac{P_2^2}{2M} = 40 \text{ MeV}$$

d'après Mc EVEN (28)

$$\exp \left(- \frac{P_1^2}{P_1^2} \right) + 0,15 \exp \left(- \frac{P_2^2}{P_2^2} \right) \text{ avec } \frac{P_1^2}{2M} = 7 \text{ MeV et } \frac{P_2^2}{2M} = 50 \text{ MeV}$$

d'après SELOVE (31).

ou bien

$$\exp \left(- \frac{P_1^2}{P_1^2} \right) \text{ pour les nucléons dans l'état } {}^1S \text{ et } \frac{P_2^2}{P_2^2} \exp \left(- \frac{P_2^2}{P_2^2} \right)$$

pour les nucléons dans l'état 1P P_1 variant de 110 à 160 MeV/c et P_2 de 70 à 90 MeV/c suivant les noyaux d'après GARRON (32).

Dans l'image de Fermi, de telles distributions correspondraient à peu près à un gaz peu dégénéré. Adoptons cette image et admettons que le nombre d'états occupés par les nucléons d'impulsions comprises entre p et $p+dp$ est donné par :

$$dn = A \exp \left(- \frac{p^2}{p_0^2} \right) 4\pi p^2 dp$$

A s'obtient par une normalisation ($\int_0^\infty dn = N$ (nombre total de nucléons)) De sorte que finalement la probabilité pour qu'un nucléon ait une impulsion comprise entre p et $p+dp$ est égale à :

$$dP(p) = \frac{2p^2}{p_0^3 \Gamma(\frac{3}{2})} \exp\left(-\frac{p^2}{p_0^2}\right) dp \quad (I.5)$$

ce qui correspond à des probabilités pour les énergies cinétiques E_c de

$$dp(E_c) = \frac{E_c^{1/2}}{(E_{oc})^{3/2} \Gamma(\frac{3}{2})} \exp\left(-\frac{E_c}{E_{oc}}\right) dE_c \quad (I.6)$$

Si nous admettons de plus que l'ensemble des nucléons peut être assimilé à un gaz de Fermi à la température T , il est permis d'introduire un coefficient d'occupation $P(p)$ (probabilité pour qu'un état d'impulsion p soit occupé)

$$P(p) = \frac{10,44 \cdot 10^{-43}}{p_0^3} \exp\left(-\frac{p^2}{p_0^2}\right) \quad (I.7)$$

(p_0 exprimé en unité C.G.S.)

en utilisant encore un rayon nucléaire égal à $1,45 \times 10^{-13} A^{1/3}$. Si l'on considère l'énergie cinétique

$$P(E_c) = \frac{10,44 \cdot 10^{-43}}{(2M E_{oc})^{3/2}} \exp\left(-\frac{E_c}{E_{oc}}\right) \quad (I.8)$$

Il convient de remarquer qu'il y a une contradiction évidente à utiliser en somme un gaz de Fermi à une température non nulle et à le considérer comme représentant un ensemble de nucléons dans leur état fondamental. Nous utiliserons cependant ce modèle, qui revient à admettre que les nucléons d'un noyau dans son état fondamental, sont susceptibles de se trouver dans différentes configurations.

CHAPITRE II

CINEMATIQUE D'UNE COLLISION ELASTIQUE

PARTICULE-NUCLEON

I. - GENERALITES

Dans ce chapitre nous nous proposons d'étudier la cinématique d'une collision entre une particule et un nucléon lorsque le nucléon possède une impulsion quelconque et en particulier de déterminer les énergies finales des particules après la collision en fonction des paramètres qui la caractérisent.

Considérons une collision entre une particule de masse μ (que nous considérerons pour simplifier le langage comme étant un pion) et un nucléon de masse M :

Dans le système du laboratoire, nous désignons par (figure 1) :

$E_1, \vec{p}_1$ l'énergie et l'impulsion du pion avant la collision

$E_2, \vec{p}_2$ l'énergie et l'impulsion du nucléon avant la collision

$E'_1, \vec{p}'_1$ l'énergie et l'impulsion du pion après la collision

$E'_2, \vec{p}'_2$ l'énergie et l'impulsion du nucléon après la collision

α l'angle de $\vec{p}_1$ et $\vec{p}_2$

θ l'angle de $\vec{p}_1$ et $\vec{p}'_1$

φ l'angle de $\vec{p}_1$ et $\vec{p}'_2$

ϵ l'angle du plan défini par $\vec{p}_1, \vec{p}_2$ et du plan défini par $\vec{p}'_1, \vec{p}'_2$

$\bar{\tau}$ l'angle de $\vec{p}_1$ et du plan défini par $\vec{p}'_1, \vec{p}'_2$

Dans le système du centre de masse, nous désignons par (fig. 1)

- $\vec{E}_1, \vec{p}_1$ l'énergie et l'impulsion du pion avant la collision
- $\vec{E}_2, \vec{p}_2$ l'énergie et l'impulsion du nucléon avant la collision
- $\vec{E}'_1, \vec{p}'_1$ l'énergie et l'impulsion du pion après la collision
- $\vec{E}'_2, \vec{p}'_2$ l'énergie et l'impulsion du nucléon après la collision
- θ l'angle de $\vec{p}_1$ et $\vec{p}'_1$.

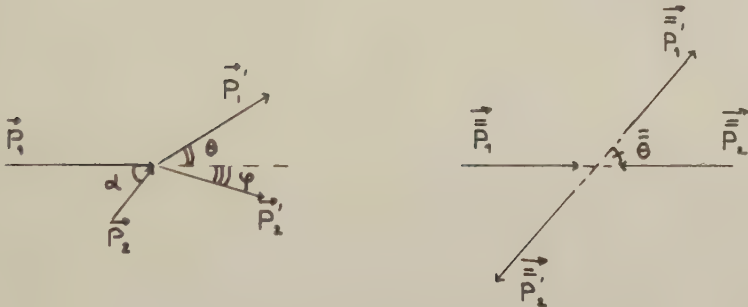


Figure 1

Le principe de la conservation de l'énergie et de l'impulsion permet de calculer les énergies E'_1 et E'_2 en fonction de E_1 , E_2 , γ , ϵ et θ . La probabilité pour que l'angle de diffusion du pion soit égal à θ nous est fournie par la courbe de section efficace différentielle, les physiciens ont l'habitude de donner celle-ci dans le système du centre de masse, nous avons donc été amené pour notre étude théorique à calculer E'_1 et E'_2 en fonction de l'angle $\bar{\theta}$, les paramètres E_1 , E_2 , α et ϵ étant fixés. D'autre part nous avons eu besoin pour notre travail expérimental de déterminer l'énergie E'_2 et les angles α , ψ , ϵ et $\bar{\theta}$ en fonction de l'angle $\bar{\theta}$.

Rappelons brièvement les formules de transformation spéciale de Lorentz. Soit un système (c), $\bar{O} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ qui se déplace parallèlement à un système (L) $Oxyz$ suivant la direction Ox avec une vitesse v (figure 2).

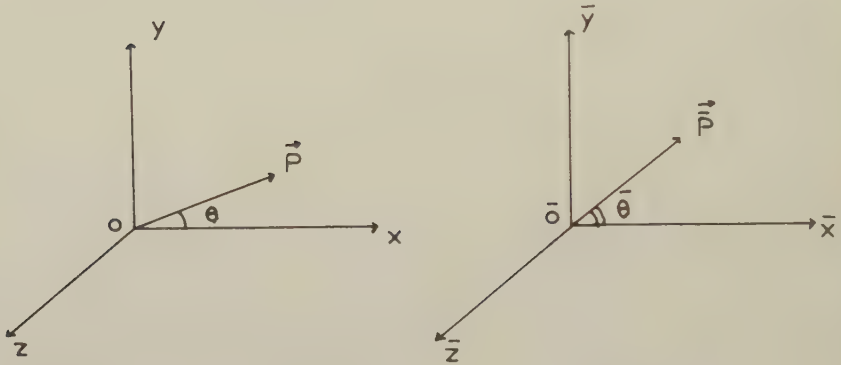


Figure 2

Soit dans le système (L) une particule d'énergie E d'impulsion $\vec{p}$ de composantes p_x, p_y, p_z , la même particule aura dans le système (c) une énergie $\bar{E}$ et une impulsion $\vec{\bar{p}}$ de composantes $\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$; la transformation de Lorentz permet d'obtenir $\bar{p}_x, \bar{p}_y, \bar{p}_z$ et $\bar{E}$ en fonction de p_x, p_y, p_z et E et réciproquement. Les formules des transformations s'écrivent :

$$\begin{aligned}\bar{p}_x &= \gamma (p_x - vE) = \gamma p_x - (\gamma^2 - 1)^{1/2} E \\ \bar{p}_y &= p_y \\ \bar{p}_z &= p_z \\ \bar{E} &= \gamma (E - vp_x) = \gamma E - (\gamma^2 - 1)^{1/2} p_x \\ \text{avec } \gamma^2 &= (1 - v^2)^{-1/2}\end{aligned}\tag{II.1}$$

$$\begin{aligned}
 p_x &= \gamma (\bar{p}_x + v \bar{E}) = \gamma \bar{p}_x + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{E} \\
 p_y &= \bar{p}_y \\
 p_z &= \bar{p}_z \\
 E &= \gamma (\bar{E} + v \bar{p}_x) = \gamma \bar{E} + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{p}_x
 \end{aligned}
 \tag{II.2}$$

II. - CAS OU L'IMPULSION DU NUCLEON EST NULLE

Dans ce cas $p_2 = 0$ $E_2 = M$. Soit (L) un système d'axes lié au laboratoire, nous choisissons l'axe Ox suivant la direction de l'impulsion du pion incident (figure 3). La conservation de l'impulsion impose aux trois vecteurs $\vec{p}_1$, $\vec{p}'_1$, $\vec{p}'_2$ d'être dans un même plan que nous prenons comme plan xOy. Les formules sont alors bien connues.

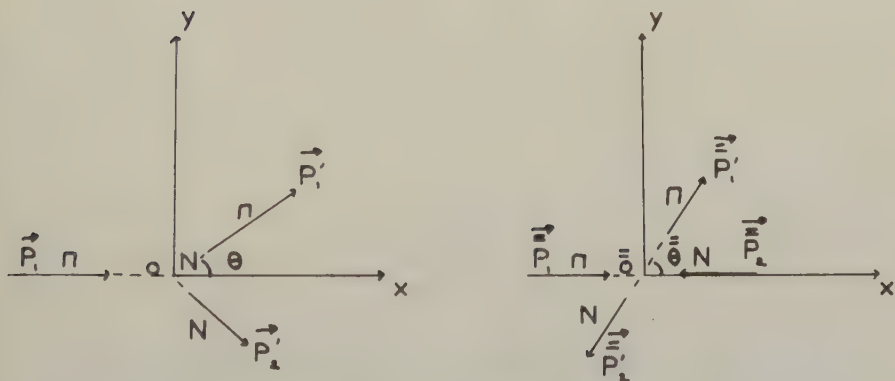


Figure 3

Soit $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ le système du centre de masse. Nous avons (formule II, 1)

$$\bar{p}_{1x} = \gamma p_1 - (\gamma^2 - 1)^{1/2} E_1$$

$$\bar{p}_{1y} = p_{1y} = 0$$

$$\bar{p}_{2x} = -M (\gamma^2 - 1)^{1/2}$$

$$\bar{p}_{2y} = p_{2y} = 0$$

avec
$$\gamma = \frac{E_1 + M}{(\mu^2 + 2E_1 M + M^2)^{1/2}}$$

Dans le système $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$, les énergies $\bar{E}'_1$ et $\bar{E}'_2$ du pion et du nucléon après le choc sont :

$$\bar{E}'_1 = [(\gamma^2 - 1) M^2 + \mu^2]^{1/2} \quad (\text{II. 3})$$

$$\bar{E}'_2 = \gamma M \quad (\text{II. 4})$$

et dans le système 0xyz

$$E'_1 = \gamma [(\gamma^2 - 1) M^2 + \mu^2]^{1/2} + (\gamma^2 - 1) M \cos \bar{\theta} \quad (\text{II. 5})$$

$$E'_2 = M \gamma^2 - M (\gamma^2 - 1) \cos \bar{\theta} \quad (\text{II. 6})$$

les composantes des impulsions sont :

$$p'_{1x} = \gamma (\gamma^2 - 1)^{1/2} M \cos \bar{\theta} + (\gamma^2 - 1)^{1/2} (\gamma^2 - 1) M^2 + \mu^2)^{1/2} \quad (\text{II. 7})$$

$$p'_{1y} = (\gamma^2 - 1)^{1/2} M \sin \bar{\theta} \quad (\text{II. 8})$$

$$p'_{2x} = \gamma (\gamma^2 - 1)^{1/2} M (1 - \cos \bar{\theta}) \quad (\text{II. 9})$$

$$p'_{2y} = -(\gamma^2 - 1)^{1/2} M \sin \bar{\theta} \quad (\text{II. 10})$$

les angles θ et φ sont obtenus par :

$$\text{tg } \theta = \frac{M \sin \bar{\theta}}{\gamma M \cos \bar{\theta} + [(\gamma^2 - 1) M^2 + \mu^2]^{1/2}} \quad (\text{II. 11})$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{\sin \bar{\theta}}{\gamma (\cos \bar{\theta} - 1)} \quad (\text{II. 12})$$

III. - CAS OU L'IMPULSION DU NUCLEON N'EST PAS NULLE

Le système de référence (L) $Oxyz$ lié au laboratoire est choisi de façon que l'impulsion $\vec{p}_2$ du nucléon et l'impulsion $\vec{p}_1$ du pion soient contenues dans le plan xOy , l'axe Ox étant dirigé suivant l'impulsion $\vec{p}_2$ du nucléon (figure 4).

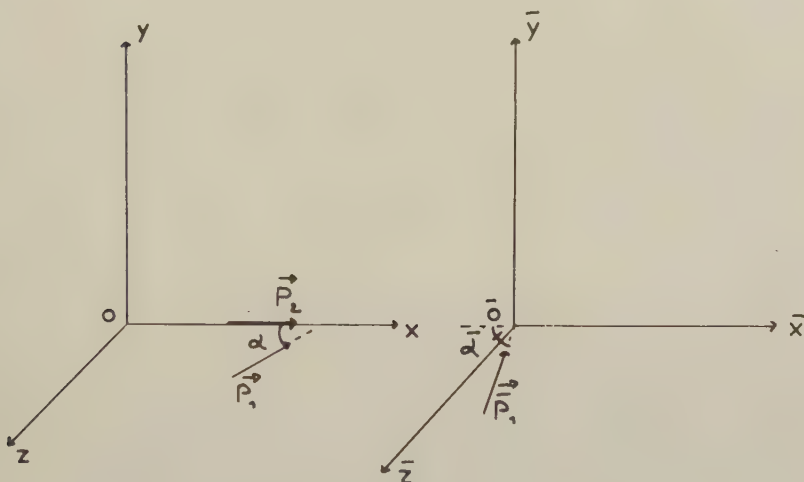


Figure 4

Par une transformation de Lorentz et une rotation, nous allons nous ramener au cas précédent où l'impulsion du nucléon est nulle et l'impulsion du pion dirigée suivant l'axe Ox .

A. - Calcul des énergies et des impulsions après le choc

1° - Par une transformation de Lorentz nous passons au système $\bar{O} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ lié au nucléon (figure 4).

Soient $\bar{E}_1$ et $\vec{\bar{p}}_1$ l'énergie et l'impulsion du pion dans ce système, $\bar{\alpha}$ l'angle de $\bar{O} \bar{x}$ avec $\vec{\bar{p}}_1$.

Le système $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ est défini par la condition $\bar{p}_{2x} = p_2 = 0$, la formule (II.1) permet de déterminer γ .

$$\gamma p_2 - (\gamma^2 - 1)^{1/2} E_2 = 0 \quad (\text{II.13})$$

$$\gamma = \frac{E_2}{M}$$

La formule (II.1) donne également :

$$\bar{E}_1 = \gamma E_1 - (\gamma^2 - 1)^{1/2} p_1 \cos \alpha \quad (\text{II.14})$$

$$\bar{p}_{1x} = \gamma p_1 \cos \alpha - (\gamma^2 - 1)^{1/2} E_1 \quad (\text{II.15})$$

$$\bar{p}_{1y} = p_1 \sin \alpha$$

$$\bar{p}_{1z} = 0$$

L'angle $\bar{\alpha}$ est déterminé par :

$$\cos \bar{\alpha} = \frac{\bar{p}_{1x}}{\bar{p}_1}$$

$$\sin \bar{\alpha} = \frac{\bar{p}_{1y}}{\bar{p}_1}$$

2° - Par une rotation d'angle $\bar{\alpha}$ autour de $\bar{0} \bar{z}$ nous plaçons le système $\bar{0} \bar{x}' \bar{y}' \bar{z}$ suivant le système $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ de manière que l'impulsion $\vec{p}_1$ du pion soit dirigée suivant l'axe $\bar{0} \bar{x}'$ (figure 5).

Nous sommes alors ramené au cas d'une collision entre un pion d'énergie $\bar{E}_1$ d'impulsion $\vec{p}_1$ dirigée suivant l'axe $\bar{0} \bar{x}'$ et un nucléon immobile, problème traité au paragraphe précédent.

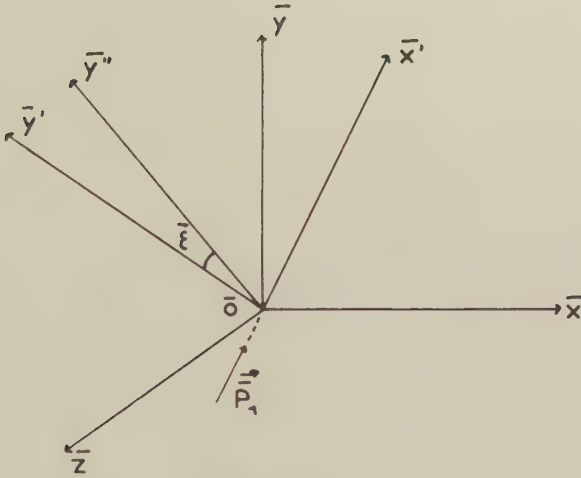


Figure 5

D'après le principe de la conservation de l'impulsion, les impulsions $\vec{p}'_1$ et $\vec{p}'_2$ du pion et du nucléon après le choc sont situées dans un plan $\bar{O} \bar{x}' \bar{y}''$ (figure 6) passant par l'impulsion $\vec{p}_1$, les valeurs $\bar{E}'_1, \bar{E}'_2, \vec{p}'_1, \vec{p}'_2$ après le choc dans le système $\bar{O} \bar{x}' \bar{y}'' \bar{z}$ sont indépendantes de la position de ce plan, mais les valeurs E'_1, E'_2, p'_1, p'_2 dans le système du laboratoire en dépendent. Nous repérons ce plan par l'angle $\bar{\theta}$ que fait l'axe $\bar{O} \bar{y}''$ avec l'axe $\bar{O} \bar{y}'$.

Les formules (II.5) à (II.10) donnent :

$$\bar{E}'_1 = \gamma' ((\gamma'^2 - 1) M^2 + \mu^2)^{1/2} + (\gamma'^2 - 1) M \cos \bar{\theta} \quad (\text{II.16})$$

$$\bar{E}'_2 = M \gamma'^2 - M (\gamma'^2 - 1) \cos \bar{\theta} \quad (\text{II.17})$$

$$\bar{p}'_{1x''} = \gamma' (\gamma'^2 - 1)^{1/2} M \cos \bar{\theta} + (\gamma'^2 - 1)^{1/2} ((\gamma'^2 - 1) M^2 + \mu^2)^{1/2} \quad (\text{II.18})$$

$$\bar{p}'_{1y''} = (\gamma'^2 - 1)^{1/2} M \sin \bar{\theta} \quad (\text{II.19})$$

$$\bar{p}'_{2x''} = \gamma' (\gamma'^2 - 1)^{1/2} M (1 - \cos \bar{\theta}) \quad (\text{II.20})$$

$$\bar{p}'_{2y''} = - (\gamma'^2 - 1)^{1/2} M \sin \bar{\theta} \quad (\text{II.21})$$

avec

$$\gamma' = \frac{\bar{E}_1 + M}{(\mu^2 + 2\bar{E}_1 M + M^2)^{1/2}} \quad (\text{II.22})$$

Les composantes des impulsions $\vec{p}'_1$ et $\vec{p}'_2$ sur les axes du système $\bar{0} \bar{x}' \bar{y}' \bar{z}$ sont égales à :

$$\bar{p}'_{1x'} = \bar{p}'_{1x''}$$

$$\bar{p}'_{1y'} = \bar{p}'_{1y''} \cos \bar{\epsilon}$$

$$\bar{p}'_{1z} = \bar{p}'_{1y''} \sin \bar{\epsilon}$$

$$\bar{p}'_{2x'} = \bar{p}'_{2x''}$$

$$\bar{p}'_{2y'} = \bar{p}'_{2y''} \cos \bar{\epsilon}$$

$$\bar{p}'_{2z} = \bar{p}'_{2y''} \sin \bar{\epsilon}$$

3° - Par une rotation d'angle $-\bar{\alpha}$ nous passons du système $\bar{0} \bar{x}' \bar{y}' \bar{z}$ au système $0 x y z$. Les composantes des impulsions $\vec{p}'_1$ et $\vec{p}'_2$ sur les axes du système $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ sont égales à :

$$\bar{p}'_{1x} = \bar{p}'_{1x'} \cos \bar{\alpha} - \bar{p}'_{1y'} \sin \bar{\alpha}$$

$$\bar{p}'_{1y} = \bar{p}'_{1x'} \sin \bar{\alpha} + \bar{p}'_{1y'} \cos \bar{\alpha}$$

$$\bar{p}'_{1z} = \bar{p}'_{1y'} \sin \bar{\epsilon}$$

$$\bar{p}'_{2x} = \bar{p}'_{2x'} \cos \bar{\alpha} - \bar{p}'_{2y'} \sin \bar{\alpha}$$

$$\bar{p}'_{2y} = \bar{p}'_{2x'} \sin \bar{\alpha} + \bar{p}'_{2y'} \cos \bar{\alpha}$$

$$\bar{p}'_{2z} = \bar{p}'_{2y''} \sin \bar{\epsilon}$$

4° - Par une transformation de Lorentz inverse de celle du 1°-, nous passons du système $\bar{0} \bar{x} \bar{y} \bar{z}$ au système $0 x y z$.

Les énergies et les impulsions du pion et du nucléon dans ce système sont égales à :

$$E'_1 = \gamma \bar{E}'_1 + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{p}'_{1x} \quad (\text{II. 23})$$

$$E'_2 = \gamma \bar{E}'_2 + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{p}'_{2x} \quad (\text{II. 24})$$

$$p'_{1x} = \gamma \bar{p}'_{1x} + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{E}'_1 \quad (\text{II. 25})$$

$$p'_{1y} = \bar{p}'_{1y}$$

$$p'_{1z} = \bar{p}'_{1z}$$

$$p'_{2x} = \gamma \bar{p}'_{2x} + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{E}'_2 \quad (\text{II. 26})$$

$$p'_{2y} = \bar{p}'_{2y}$$

$$p'_{2z} = \bar{p}'_{2z}$$

B.- Calcul des angles θ , φ , ϵ , et Φ

Désignons par $\vec{I}$ le vecteur unitaire ayant la même direction et le même sens que le vecteur $\vec{p}'_1$

$$\vec{I} \cdot \vec{p}'_1 = p'_1 \cos \theta$$

$$\vec{I} \cdot \vec{p}'_2 = p'_2 \cos \varphi$$

d'où

$$\cos \theta = \frac{\cos \gamma p'_{1x} + \sin \gamma p'_{1y}}{p'_1} \quad (\text{II. 27})$$

$$\cos \varphi = \frac{\cos \gamma p'_{2x} + \sin \gamma p'_{2y}}{p'_2} \quad (\text{II. 28})$$

Calculons l'angle ϵ que font les plans déterminés par les impulsions du pion et du nucléon avant et après le choc dans le système du laboratoire. Soit $\vec{K}$ le vecteur unitaire porté par l'axe Ox et par $\vec{u}$ le vecteur égal au produit vectoriel du vecteur $\vec{p}'_2$ et du vecteur $\vec{p}'_1$

$$\begin{aligned} \vec{K} \cdot \vec{u} &= u \cos \epsilon \\ \text{d'où} \quad \cos \epsilon &= \frac{u_z}{u} \end{aligned} \quad (\text{II. 29})$$

L'angle dit de coplanarité Φ , utilisé surtout pour les études expérimentales est l'angle que fait la direction de la particule incidente et le plan déterminé par les directions des particules émergentes après la collision. Il s'obtient en fonction de $\bar{\theta}$ à partir de la formule

$$\sin \Phi = \frac{\vec{I} \cdot \vec{U}}{U} = \frac{\cos \alpha U_x + \sin \alpha U_y}{U} \quad (\text{II. 30})$$

U_x , U_y et U étant exprimés en fonction des composantes des vecteurs $\vec{P}_1$, $\vec{P}'_1$ et $\vec{P}'_2$.

CHAPITRE III

SECTIONS EFFICACES PION-PROTON

LIBRE AUX GRANDES ENERGIES

La section efficace de diffusion élastique pion-nucléon lié est déterminée comme nous le verrons au chapitre IV à partir de la section efficace pion nucléon libre. La méthode proposée a été appliquée à la diffusion π^- -proton pour des énergies de 1 à 9 GeV, ce travail ayant été commencé en 1959, les courbes de sections efficaces différentielles π^- -proton libre pour les énergies de 3 à 9 GeV étaient alors assez mal connues, aussi avons nous construit ces courbes à l'aide du modèle optique (33) (34) (35). Depuis, des expériences ont permis de préciser la forme de ces courbes qui correspond bien à celle des courbes obtenues par le modèle optique (voir figure 6); toutefois celles-ci sont encore incomplètes, les valeurs pour les petits angles n'étant pas déterminées, nous ne pourrions donc pas uniquement les utiliser.

Dans le modèle optique, le nucléon est considéré comme une sphère semi-opaque de rayon R caractérisée par un coefficient d'absorption K . Une partie de l'onde incidente est diffractée à la surface de la sphère d'une manière analogue à celle de la diffraction en optique et subit de ce fait une diffusion élastique, l'amplitude de diffusion est égale à :

$$f(\theta) = i k \int_0^R (1 - \exp((-K + 2ik_1)\sqrt{R^2 - \rho^2})) J_0(k\rho \sin\theta) \rho d\rho \quad (\text{III.1})$$

k_1 et $k' = k + k_1$ sont les modules du vecteur propagation à l'extérieur et à l'intérieur du nucléon.

Cette expression correspond en mécanique quantique à l'approximation W.K.B. La section efficace totale de diffraction est égale à :

$$\begin{aligned}
 6d = & \pi R^2 \left(1 + \frac{1}{2K^2 R^2} (1 - (1+2KR) \exp(-2KR)) \right) \\
 & - \frac{1}{\left(\frac{K^2 R^2}{4} + k_1^2 R^2 \right)^2} \left[\left(\frac{K^2 R^2}{4} - k_1^2 R^2 \right) + \exp(-KR) \sin 2k_1 R \right. \\
 & \left. \left[2k_1 R \left(\frac{K^2 R^2}{4} + k_1^2 R^2 \right) + k_1 R K R \right] - \exp(-KR) \cos 2k_1 R \right. \\
 & \left. \left[\left(\frac{K^2 R^2}{4} - k_1^2 R^2 \right) + KR \left(\frac{K^2 R^2}{4} + k_1^2 R^2 \right) \right] \right] \quad (III.2)
 \end{aligned}$$

L'autre partie de l'onde incidente peut être absorbée ou donner lieu à une diffusion inélastique, production de pions etc... on désigne par section efficace d'absorption $6a$, la section efficace correspondant à l'ensemble des processus autres que la diffraction ; elle est égale à :

$$6a = \pi R^2 \left[1 - \frac{1}{2K^2 R^2} \left[1 - (1+2KR) \exp(-2KR) \right] \right] \quad (III.3)$$

Signalons que l'on peut vérifier la relation

$$\text{Im } f(0) = \frac{k}{4\pi} 6$$

6 désignant la section efficace totale $6_d + 6a$. Ceci constitue le "théorème optique".

Aux énergies supérieures à 1 GeV on considère que k et k' sont pratiquement égaux, l'énergie potentielle dans le nucléon étant faible devant l'énergie incidente, les formules donnant $f(\theta)$ et 6_d prennent alors la forme simplifiée :

$$f(\theta) = ik \int_0^R (1 - \exp(-K \sqrt{R^2 - \rho^2})) J_0(k\rho \sin \theta) \rho d\rho \quad (III.1')$$

$$\begin{aligned}
 6e = & \pi R^2 \left[\left(1 + \frac{1}{2K^2 R^2} (1 - (1+2KR) \exp(-2KR)) \right) \right. \\
 & \left. - \frac{4}{K^2 R^2} (1 - \exp(-KR) (1+KR)) \right] \quad (III.2')
 \end{aligned}$$

Le calcul de $f(\theta)$ nécessite la connaissance de K et R . Nous avons déterminé ces deux paramètres en résolvant les équations (III.2') et (III.3) où $6a$ et $6d$ sont obtenues à partir des résultats donnés au symposium du CERN 1958 (36). Le tableau I donne les valeurs trouvées pour K et R .

Tableau I

E_1 (GeV)	3	5	6, 8	9
$6d$ (mb)	7, 2	5, 9	4, 6	3, 2
$6a$ (mb)	22	22	22	22
$R \cdot 10^{13}$ cm	1, 01	1, 07	1, 15	1, 32
$K \cdot 10^{-13}$ cm	0, 94	0, 71	0, 52	0, 32

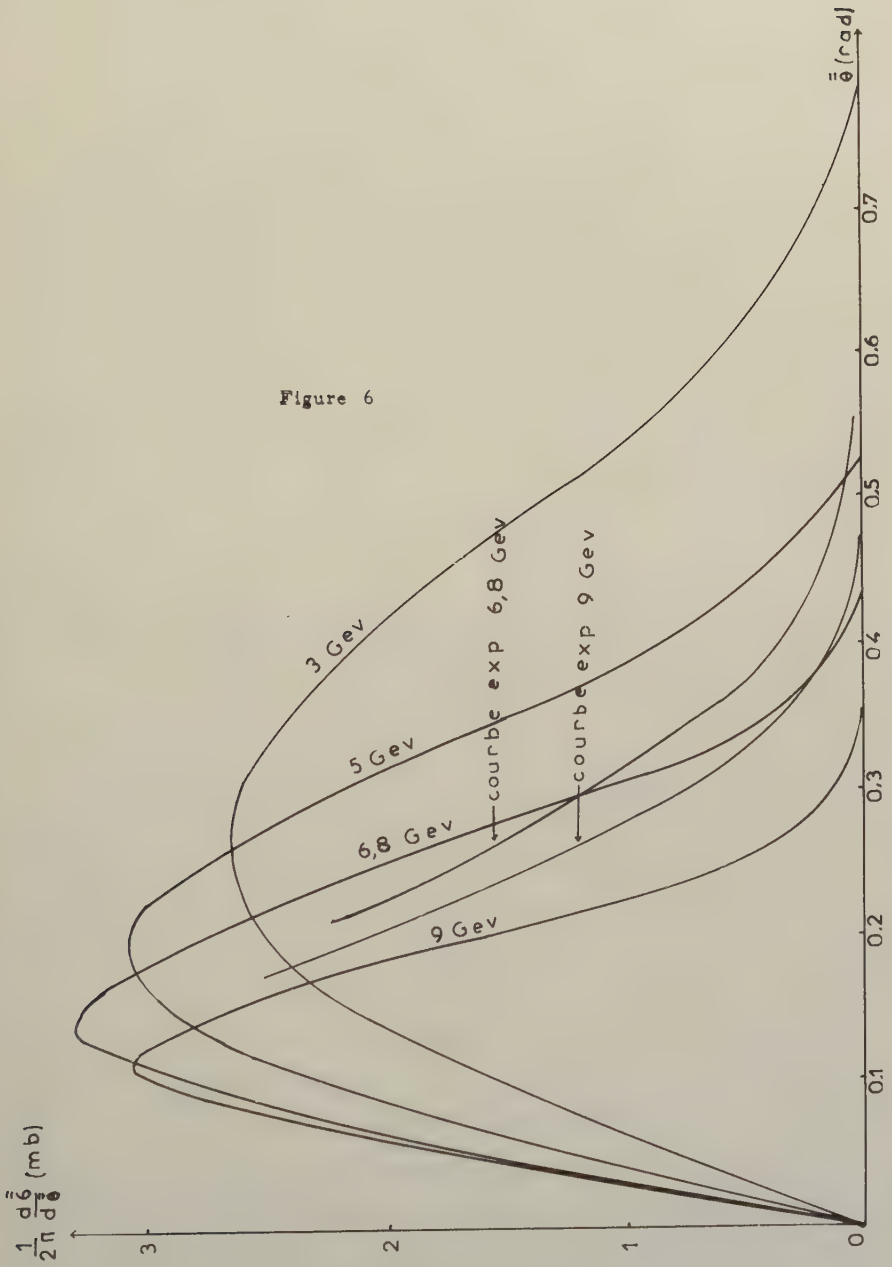
Le tableau II donne les valeurs obtenues pour les sections efficaces différentielles et la figure 6 représente les courbes correspondantes ainsi que les courbes expérimentales à 6, 8 GeV et 9 GeV (37).

Aux énergies inférieures à 3 GeV la théorie précédente n'est plus valable ; la section efficace de diffusion élastique pion-proton, calculée comme il a été dit, n'étant plus égale à la section efficace de diffraction, on utilise alors les sections efficaces expérimentales qui sont bien déterminées dans ce domaine (38).

$\bar{\theta}$ radians	$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\eta}}$ 3 GeV	$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\eta}}$ 5 GeV	$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\eta}}$ 6, 8 GeV	$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\eta}}$ 9 GeV
0,06	16,4	25,2	32	35
0,09	15,9	24	29,1	31
0,12	15,2	22	26,5	25,5
0,15	14,5	19,5	22,3	18
0,18	13,5	17,4	16,5	12
0,21	12,3	14,9	12,8	6,5
0,24	11,2	12,2	9,3	3,1
0,27	10,1	9,6	6	1,2
0,30	9	7,5	3,5	0,4
0,33	7,8	5,6	1,9	0,1
0,36	6,8	3,9	1	0
0,39	5,8	2,6	0,4	
0,42	4,8	1,6	0,1	
0,45	4	1	0	
0,48	3,2	0,5		
0,51	2,6	0,2		
0,54	2	0		
0,57	1,5			
0,60	1,2			
0,63	0,8			
0,66	0,6			
0,69	0,3			
0,72	0,2			

Tableau II

Figure 6



CHAPITRE IV

CALCUL DE LA PROPORTION DES COLLISIONS INTERDITES

DANS LA DIFFUSION ELASTIQUE PION-PROTON LIE

Nous nous proposons dans ce chapitre d'étudier les incidences de l'appartenance d'un nucléon à un noyau sur les collisions élastiques entre ce nucléon et une particule incidente. Les calculs ayant été exécutés dans le cas d'un pion, nous considérerons dans la suite la particule incidente comme étant un pion, ceci afin de simplifier le langage. Mais, bien évidemment, toutes nos méthodes et nos conclusions générales s'appliqueraient à d'autres particules élémentaires.

I. - POSITION DU PROBLEME

Nous ferons, sans la discuter, au moins provisoirement, l'hypothèse simplificatrice (admise par tous les auteurs qui ont travaillé avant nous dans ce domaine (1) à (11)) que les sections efficaces de diffusion élastique pion-nucléon lié et pion-nucléon libre sont identiques, avec cette réserve que sont exclues les collisions telles que l'état énergétique final du nucléon soit déjà occupé par un autre nucléon. Nous considérons le noyau (voir chapitre 1), comme un milieu continu, les états occupés par les nucléons à l'intérieur du noyau étant distribués suivant une loi $P(E_{2c})$ (E_{2c} énergie cinétique du nucléon). D'après le principe d'exclusion, si un nucléon dont l'énergie cinétique initiale est E_{2c} possède, après une collision, une énergie E'_{2c} la probabilité pour que cette collision soit interdite est égale à $P(E'_{2c})$. Nous avons établi une méthode permettant de calculer la

proportion des collisions interdites dans la diffusion élastique pion-nucléon. Cette méthode a été appliquée au cas de la diffusion π^- - proton pour des énergies du π^- égales à 1 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 6,8 GeV et 9 GeV.

Deux modèles nucléaires ont été utilisés : celui du gaz de Fermi à 0° , traditionnellement adopté par les auteurs qui nous ont précédé (1) à (11) et celui d'un "pseudo-gaz" de Fermi peu dégénéré, qui a été introduit dans le chapitre I, dont les distributions d'impulsions seraient du type exponentiel expérimental. Dans le premier cas, les calculs ont été faits pour un certain nombre d'énergies comprises dans le système du noyau au repos entre 1 GeV et 9 GeV. Dans le second cas, nous nous sommes contenté de considérer une seule énergie (5 GeV). La structure du calcul montre en effet que la dépendance vis à vis de l'énergie doit être sensiblement la même dans les deux cas, celle-ci étant très faible pour le gaz à 0° , nous admettrons qu'il en est de même pour le gaz à température non nulle.

II. - CAS OU L'IMPULSION DU NUCLEON EST NULLE

Nous traitons d'abord ce cas simple pour deux raisons : d'une part son étude nous donnera l'occasion de définir certains paramètres physiques que nous utiliserons dans la suite, d'autre part l'impulsion nulle est l'impulsion moyenne (au sens vectoriel) des impulsions des nucléons du noyau. Il est donc permis de penser que le résultat concernant le nombre de collisions interdites pour cette impulsion nulle ne sera pas très différent de la moyenne des résultats relatifs aux diverses orientations et modules des impulsions. Et c'est effectivement ce que nous constaterons après calcul.

Pour une énergie donnée du pion incident, l'énergie finale du nucléon après une collision ne dépend que de un paramètre : l'angle de diffusion $\bar{\theta}$ du pion (voir chapitre II). La formule (II.6) donne :

$$E'_{2c} = M (\gamma^2 - 1) (1 - \cos \bar{\theta})$$

avec

$$\gamma = \frac{E_1 + M}{(\mu^2 + 2E_1 M + M^2)^{1/2}}$$

Rappelons la signification des notations :

E_1 : énergie du pion incident dans le système du laboratoire

M : masse du nucléon

μ : masse du pion

$\bar{\theta}$: angle de diffusion du pion dans le système du centre de masse.

La probabilité pour que la collision soit permise est égale à :

$$\beta(E'_{2c}) = 1 - P(E'_{2c})$$

$P(E'_{2c})$ étant la probabilité pour que l'état d'énergie E'_{2c} soit occupé.

La section efficace différentielle de diffusion élastique pion-nucléon lié est donc égale à :

$$\left(\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}_b}\right) = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} \beta(E'_{2c}(\bar{\theta}))$$

$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}}$ étant la section efficace pion-nucléon libre

La section efficace totale de diffusion élastique pion-nucléon libre est égale à :

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}}(\bar{\theta}) \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}$$

La section efficace totale de diffusion élastique pion-nucléon lié sera égale à :

$$\sigma_b = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}}(\bar{\theta}) \beta(\bar{\theta}) \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}$$

Nous introduirons un " coefficient d'interdiction " caractérisant la proportion des collisions interdites .

$$K = 1 - \frac{\sigma_b}{\sigma}$$

Les courbes de section efficace différentielle de diffusion élastique pion-nucléon libre ont été obtenues de la manière indiquée au chapitre III. Nous avons effectué le calcul du coefficient d'interdiction en utilisant les deux lois de distribution $P(E'_{2c})$ que nous considérons systématiquement dans ce travail.

a) Cas de la distribution du gaz de Fermi à 0° K

Dans ce cas $\beta(E'_{2c}) = 0$ si $E'_{2c} \leq 22 \text{ MeV}$

$\beta(E'_{2c}) = 1$ si $E'_{2c} > 22 \text{ MeV}$

En remplaçant E'_{2c} par sa valeur en fonction de l'angle $\bar{\theta}$ tirée de la formule (II.6), on voit que les collisions telles que l'angle de diffusion est inférieur à un angle limite $\bar{\theta}_i$ sont interdites. Le tableau III donne les valeurs de cet angle pour les énergies utilisées.

La section efficace totale de diffusion élastique pion-nucléon lié est égale à :

$$\sigma_b = 2\pi \int_{\bar{\theta}_i}^{\pi} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}}(\bar{\theta}) \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}$$

E_l	1 GeV	3 GeV	5 GeV	6, 8 GeV	9 GeV
$\bar{\theta}_i$ (rad)	0,253	0,185	0,139	0,118	0,102

Tableau III

La figure 7 représente la courbe de section efficace différentielle pour la diffusion élastique de π^- de 5 GeV par des protons, la partie hachurée correspond à la partie interdite.

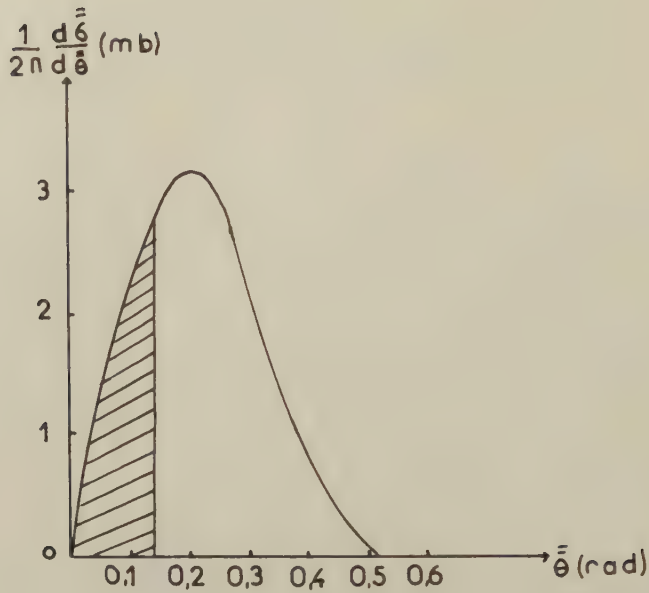


Figure 7

Le coefficient d'interdiction K est égal à :

$$K = \frac{\int_0^{\bar{\theta}_i} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}}{\int_0^{\pi} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}}$$

Les valeurs obtenues dans le cas de la diffusion π^- - proton pour les énergies du π^- égales à 1 GeV, 5 GeV, 6,8 GeV, 9 GeV sont indiquées dans le tableau IV.

E_1 (Gev)	1	3	5	6,8	9
K	0,222	0,229	0,250	0,290	0,301

Tableau IV

b) Cas d'une distribution exponentielle

Nous utilisons la distribution donnée par la formule (I.8) (où le paramètre E_{oc} est égal à 40 MeV, valeur obtenue expérimentalement, voir chapitre V).

$$\beta(E_{2c}) = 1 - 0,334 \exp\left(-\frac{E_{2c}}{40}\right) \quad (\text{IV.1})$$

A chaque valeur $\bar{\theta}$ de l'angle de diffusion correspond une valeur E'_{2c} de l'énergie finale du nucléon donc une probabilité $\beta(\bar{\theta})$ pour que la collision soit interdite. La courbe n°8 représente la courbe de section efficace différentielle pour la diffusion π^- - proton à 5 GeV. Le coefficient d'interdiction K correspondant est égal à $K = 0,113$. Il est beaucoup plus faible que pour le modèle du gaz de Fermi à 0° K. L'origine de la différence est claire, la section efficace différentielle de diffusion élastique pion-nucléon est élevée dans le domaine correspondant à des transferts d'énergie de l'ordre de 15-20 MeV : les collisions correspondantes sont totalement interdites dans le cas du gaz complètement dégénéré, très partiellement seulement dans celui du gaz peu dégénéré.

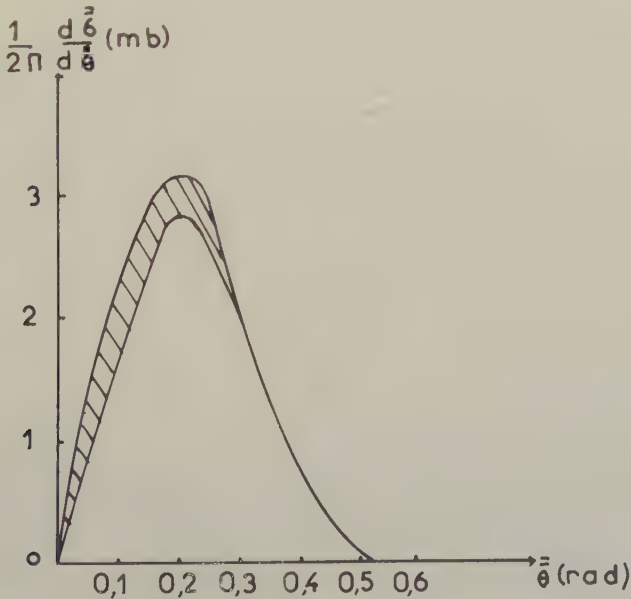


Figure 8

III. - CAS OU L'IMPULSION DU NUCLEON N'EST PAS NULLE

Dans ce cas, le calcul de l'énergie finale du nucléon après une collision est plus compliqué (voir chapitre II). Il fait intervenir pour une énergie donnée E_1 du pion incident 4 paramètres :

- l'angle de diffusion $\bar{\theta}$ du pion dans le système du centre de masse
- l'énergie E_2 du nucléon dans le noyau
- l'angle α que fait son impulsion avec celle du pion incident
- l'angle ε donnant l'orientation du plan de la collision et dont on trouvera la définition précise au chapitre II.

Les formules (II.13) à (II.26) donnent :

$$E'_2 = \gamma \bar{E}'_2 + (\gamma^2 - 1)^{1/2} \bar{p}'_{2x}$$

avec

$$\gamma = \frac{E_2}{M}$$

$$\bar{E}'_2 = M \gamma'^2 - M (\gamma'^2 - 1) \cos \bar{\theta}$$

$$\gamma' = \frac{\bar{E}_1 + M}{(M^2 + 2\bar{E}_1 M + \mu^2)^{1/2}}$$

$$\bar{E}_1 = -(\gamma^2 - 1)^{1/2} p_1 \cos \alpha + \gamma E_1$$

$$\bar{p}'_{2x} = -M(\gamma'^2 - 1)^{1/2} \sin \bar{\theta} \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\varepsilon} + M \gamma' (\gamma'^2 - 1)^{1/2} (1 - \cos \bar{\theta}) \cos \bar{\alpha}$$

Si l'on considère une collision déterminée, c'est à dire si l'on se fixe les paramètres E_2 et α l'énergie finale du nucléon ne dépend plus que des paramètres $\bar{\varepsilon}$ et $\bar{\theta}$. La probabilité pour que la collision soit interdite est égale à :

$$\beta(\bar{\theta}, \bar{\varepsilon}) = 1 - P(E'_{2c})$$

la section efficace différentielle de diffusion élastique pion-nucléon lié est alors égale à .

$$\left[\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} (\bar{\theta} \bar{\epsilon}) \right]_b = \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} (\bar{\theta}) \cdot \alpha (\bar{\theta} \bar{\epsilon})$$

et la section efficace totale correspondante est donnée par :

$$\sigma_b = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} (\bar{\theta}) \cdot \alpha (\bar{\theta} \bar{\epsilon}) \sin \bar{\theta} d\bar{\theta} d\bar{\epsilon}$$

Comme précédemment, nous caractérisons la proportion des collisions interdites par un " coefficient d'interdiction ".

$$K(E_2^\alpha) = 1 - \frac{\sigma_b}{\sigma}$$

A chaque valeur des paramètres E_2 et α correspond une valeur de l'énergie $\bar{E}_1$ du pion dans le système où l'impulsion du nucléon est nulle (voir tableau V cas $E_1 = 5$ GeV), donc une courbe particulière de section efficace différentielle de diffusion élastique pion-nucléon libre dans le système du centre de masse, ces courbes ont été obtenues de la manière suivante :

a) Pour les énergies de 1 GeV, 3 GeV, 5 GeV, 6, 8 GeV et 9 GeV, elles ont été déterminées comme il a été indiqué au chapitre III.

b) Nous avons utilisé une procédure d'interpolation qui nous a fourni des courbes pour un certain nombre d'énergies intermédiaires, les intervalles employés ont été respectivement de 150 MeV, 250 MeV, 400 MeV et 500 MeV pour les énergies de 3 GeV, 5 GeV, 6, 8 GeV et 9 GeV.

c) Parmi ces courbes, nous avons choisi celles qui correspondaient à l'énergie la plus voisine de l'énergie exacte $\bar{E}_1$. Notre réseau était assez serré pour que l'erreur sur le coefficient K résultant de cette approximation soit inférieure à celle inhérente à la précision de la méthode.

E_2 (MeV)	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 0^\circ$	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 30^\circ$	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 60^\circ$	E_1 (MeV) $\alpha = 90^\circ$	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 120^\circ$	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 150^\circ$	$\bar{E}_1$ (MeV) $\alpha = 180^\circ$
944	5.545	5.475	5.227	5.028	4.770	4.581	4.512
949	5.787	5.689	5.421	5.055	4.689	4.421	4.323
954	5.979	5.859	5.531	5.082	4.633	4.305	4.185
959	6.146	6.007	5.627	5.108	4.590	4.210	4.071

Tableau V

Comme dans le cas où l'impulsion du nucléon est nulle, nous avons utilisé les deux lois de distribution $P(E_{2c})$ vues au paragraphe I.

a) Cas de la distribution du gaz de Fermi à 0° K

La condition $E'_{2c} > 22$ MeV pour que les collisions soient permises, introduit ici encore un angle limite $\bar{\theta}_i$ tel que les collisions sous un angle de diffusion inférieur à $\bar{\theta}_i$ soient interdites. Mais cet angle $\bar{\theta}_i$ dépend de trois paramètres E_2 , α et $\bar{\epsilon}$; pour le déterminer, nous avons construit les courbes donnant l'énergie finale du nucléon E'_2 en fonction de l'angle de diffusion $\bar{\theta}$ du pion pour les valeurs suivantes des paramètres $\bar{\epsilon}$, α et E_2 .

$$\bar{\epsilon} : 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$$

$$\alpha : 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$$

$$E_2 : 944 \text{ MeV}, 949 \text{ MeV}, 954 \text{ MeV}, 959 \text{ MeV}$$

Les courbes obtenues ont l'allure de la figure 9 (cas $E_1 = 5$ GeV,

$$E_2 = 944 \text{ MeV}, \bar{\epsilon} = 30^\circ, \alpha = 30^\circ).$$

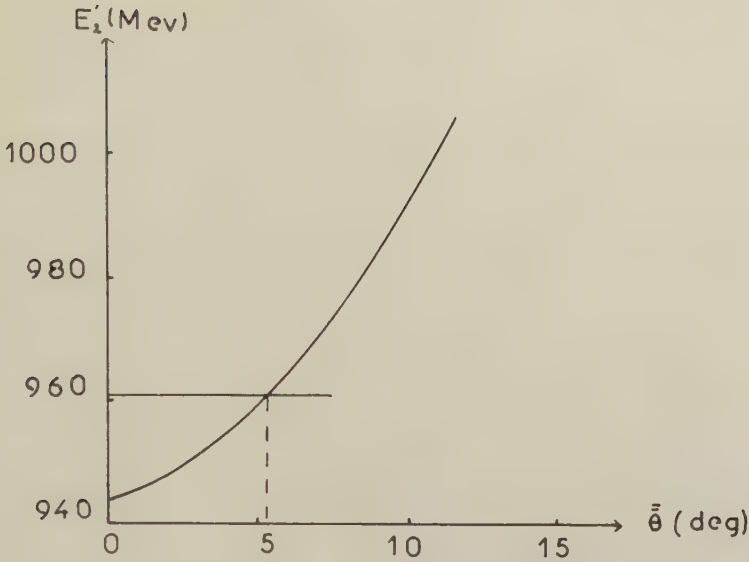


Figure 9

L'angle limite $\bar{\theta}_i$ est donné par l'abscisse de l'intersection de la courbe et de la droite $E'_2 = 961 \text{ MeV}$.

Le coefficient d'interdiction est égal à

$$K(E_2^\alpha) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{\theta}_i} \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta} d\bar{\epsilon}}{2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} K_1(\bar{\epsilon}) d\bar{\epsilon}$$

où $K_1(\bar{\epsilon})$ est un coefficient partiel (coefficient d'interdiction correspondant à un angle $\bar{\epsilon}$ donné).

$$K_1(\bar{\epsilon}) = \frac{\int_0^{\bar{\theta}_i} \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}}{\int_0^{\pi} \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}}$$

Après avoir tracé les courbes $\frac{1}{2\pi} \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} = \frac{d\bar{\theta}}{d\bar{\theta}} \sin \bar{\theta}$, les intégrales

ci-dessus ont été calculées à l'intégrimètre et nous avons construit le réseau des courbes $K_1(\bar{\varepsilon})$ correspondant aux différentes valeurs des paramètres α et E_2 , le coefficient $K(E_2\alpha)$ a alors été obtenu par intégration. Les courbes $K_1(\bar{\varepsilon})$ ont l'allure de celle reproduite sur la figure 10 (cas $E_2 = 944 \text{ MeV}$ $\alpha = 90^\circ$).

Les valeurs obtenues pour le coefficient $K(E_2\alpha)$ sont données par le tableau VI.

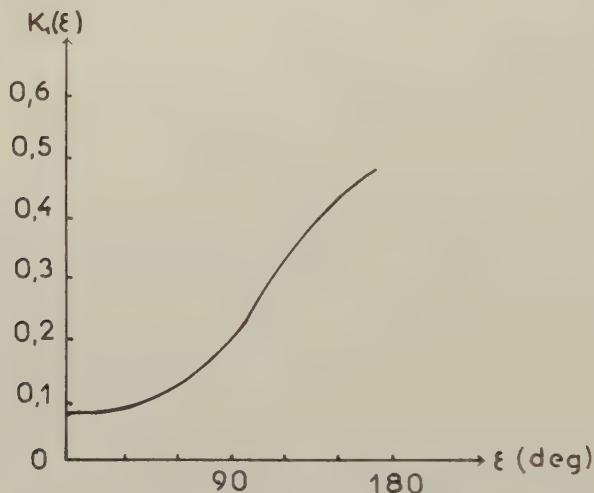


Figure 10

b) Cas de la distribution exponentielle

Le principe du calcul reste exactement le même, mais une difficulté sérieuse se présente, qui est inhérente au modèle d'un gaz de Fermi non dégénéré. Si nous considérons un pion incident d'énergie cinétique E_{1c} dans le laboratoire et un nucléon partenaire d'une collision interne d'énergie cinétique E_{2c} non nulle, la cinématique du choc peut parfaitement être telle que $E'_{2c} < E_{2c}$ et $E'_{1c} > E_{1c}$ (E'_{1c} et E'_{2c} étant les énergies cinétiques après la collision). Si nous ne formulons aucune hypothèse autre que celles qui sont à la base de notre modèle, le potentiel dans lequel se trouvent les nucléons est essentiellement constant, par conséquent les transitions en question conduisent à des niveaux nucléaires " sous-fondamentaux " (et à des énergies du pion émergent supérieures à celles du pion incident). Ce résultat étant absurde, il n'est pas possible d'échapper à une modification du modèle. On peut procéder empiriquement et considérer comme interdites toutes les collisions telles que l'énergie cinétique

	E_2 (MeV)	$K = 0^\circ$	$K = 30^\circ$	$K = 60^\circ$	$K = 90^\circ$	$K = 120^\circ$	$K = 150^\circ$	$K = 180^\circ$
$E_1 = 1 \text{ GeV}$	944	0,216	0,180	0,185	0,203	0,194	0,169	0,155
	949	0,142	0,156	0,166	0,160	0,183	0,132	0,150
	954	0,090	0,174	0,172	0,178	0,150	0,093	0,044
	959	0,052	0,066	0,172	0,174	0,095	0,046	0,036
$E_1 = 3 \text{ GeV}$	944	0,200	0,209	0,215	0,214	0,196	0,168	0,158
	949	0,152	0,177	0,211	0,207	0,180	0,133	0,114
	954	0,097	0,148	0,193	0,194	0,151	0,091	0,062
	959	0,028	0,096	0,182	0,184	0,132	0,055	0,015
$E_1 = 5 \text{ GeV}$	944	0,230	0,239	0,244	0,237	0,203	0,176	0,168
	949	0,167	0,207	0,259	0,243	0,187	0,140	0,100
	954	0,120	0,149	0,218	0,216	0,160	0,094	0,072
	959	0,019	0,121	0,196	0,199	0,154	0,062	0,011
$E_1 = 6,8 \text{ GeV}$	944	0,279	0,290	0,290	0,278	0,240	0,211	0,187
	949	0,220	0,236	0,261	0,260	0,217	0,156	0,138
	954	0,143	0,196	0,260	0,245	0,197	0,113	0,073
	959	0,040	0,128	0,230	0,238	0,170	0,059	0,020
$E_1 = 9 \text{ GeV}$	944	0,348	0,347	0,353	0,323	0,285	0,250	0,235
	949	0,279	0,303	0,331	0,301	0,250	0,187	0,155
	954	0,173	0,245	0,310	0,293	0,222	0,130	0,088
	959	0,060	0,183	0,275	0,250	0,190	0,076	0,024

Tableau VI

du nucléon dans le système du noyau soit inférieure à son énergie initiale. Cela revient à admettre que le noyau, dans son état fondamental, est un mélange statistique d'états nucléoniques tels que la somme des énergies cinétiques ait une valeur déterminée. Le calcul a montré que la correction apportée par cette modification à la valeur des coefficients K est de l'ordre de 8% (dans le sens d'une augmentation). Compte tenu du manque de réalisme que prend notre modèle et du type d'utilisation que nous ferons des résultats, il semble permis de négliger cette correction, en somme assez faible.

Nous avons donc calculé la probabilité $K(E_2^\alpha)$ pour que les collisions soient interdites, pour les valeurs suivantes des paramètres E_2 et α .

E_2 : 954 MeV, 979 MeV, 999 MeV, 1039 MeV

α : 0° , 30° , 60° , 90° , 120° , 150° , 180°

Les intégrales donnant 6_b ont été calculées à l'intégrimètre comme dans le cas du gaz de Fermi à 0°K . Le tableau VII donne les valeurs obtenues pour $K(E_2^\alpha)$ pour une énergie du pion incident égale à 5 GeV.

$E_2(\text{MeV})$	K $\alpha = 0^\circ$	K $\alpha = 30^\circ$	K $\alpha = 60^\circ$	K $\alpha = 90^\circ$	K $\alpha = 120^\circ$	K $\alpha = 150^\circ$	K $\alpha = 180^\circ$
954	0,074	0,083	0,094	0,102	0,097	0,084	0,082
979	0,043	0,056	0,077	0,086	0,069	0,055	0,043
999	0,027	0,041	0,066	0,077	0,059	0,041	0,027
1039	0,019	0,021	0,047	0,054	0,033	0,017	0,019

Tableau VII

IV. - COEFFICIENT D'INTERDICTION MOYEN

Nous avons vu au paragraphe précédent que la probabilité pour qu'une collision entre un pion et un nucléon dans un noyau soit interdite, dépendait de l'énergie E_2 de ce nucléon et de l'angle α que fait son impulsion avec celle du pion et nous avons calculé un coefficient d'interdiction $K(E_2, \alpha)$. Si nous considérons un faisceau de pions incidents, la proportion moyenne des collisions interdites sera obtenue en faisant la moyenne des coefficients d'interdiction $K(E_2, \alpha)$ sur l'angle α , et sur l'énergie E_2 .

Le nombre $dN(\alpha)$ de nucléons dont l'impulsion fait avec l'impulsion du pion un angle compris entre α et $\alpha + d\alpha$ est donné par $dN(\alpha) = N/2 \sin\alpha d\alpha$ où N est le nombre total de nucléons. La probabilité pour que l'angle entre les impulsions du pion et du nucléon soit comprise entre α et $\alpha + d\alpha$ est égale à :

$$dp(\alpha) = \frac{1}{2} \sin\alpha d\alpha$$

La probabilité pour qu'un nucléon ait une énergie cinétique comprise entre E_{2c} et $E_{2c} + dE_{2c}$ est donnée par les formules (I.4) et (I.6) correspondant aux deux lois utilisées pour la distribution des états d'énergie occupés par les nucléons :

- loi du gaz de Fermi à 0°K

$$dp(E_{2c}) = 0,0145 E_{2c}^{1/2} dE_{2c}$$

- loi exponentielle

$$dp(E_{2c}) = 0,446 \cdot 10^{-2} E_{2c}^{1/2} \exp\left(-\frac{E_{2c}}{40}\right) dE_{2c}$$

Le coefficient d'interdiction moyen K_m est égal à :

$$K_m = 0,725 \cdot 10^{-2} \int_0^\pi \int_0^{E_{oc}} K(E_2, \alpha) E_{2c}^{1/2} \sin\alpha dE_{2c} d\alpha \quad (E_{oc} = 22 \text{ MeV})$$

dans le premier cas.

$$K_m = 0,223 \cdot 10^{-2} \int_0^\pi \int_0^\infty K(E_2, \alpha) E_{2c}^{1/2} \exp\left(-\frac{E_{2c}}{40}\right) \sin\alpha \, dE_{2c} \, d\alpha$$

dans le deuxième cas.

Le calcul fait intervenir comme fonction intermédiaire :

$$K_2(E_2) = \frac{1}{2} \int_0^\pi K(E_2, \alpha) \sin\alpha \, d\alpha$$

A titre indicatif, nous donnons l'allure des courbes $K(E_2, \alpha)$ et $K_2(E_2)$ (figure 11 ($E_1 = 5$ GeV, $E_2 = 954$ MeV gaz de Fermi à 0°K) et figure 12' ($E_1 = 3$ GeV, gaz de Fermi à 0°K)).

Nous reproduisons dans le tableau VIII les résultats obtenus pour K_m , d'une part dans le cas du gaz de Fermi à 0°K , d'autre part dans le cas du gaz de Fermi peu dégénéré.

E_1	3 GeV	5 GeV	6,8 GeV	9 GeV
K_m	0,17	0,19	0,22	0,26
K_m	-	0,08	-	-

Tableau VIII

V. - PRECISION

Nous avons évalué la précision obtenue sur le coefficient d'interdiction moyen, c'est à dire celle qui, les hypothèses du modèle et les courbes de sections efficaces différentielles étant admises, résulte du calcul. La précision en question dépend essentiellement des incertitudes sur les déterminations des angles limites et des coefficients partiels. Elle est de l'ordre de 10 %.

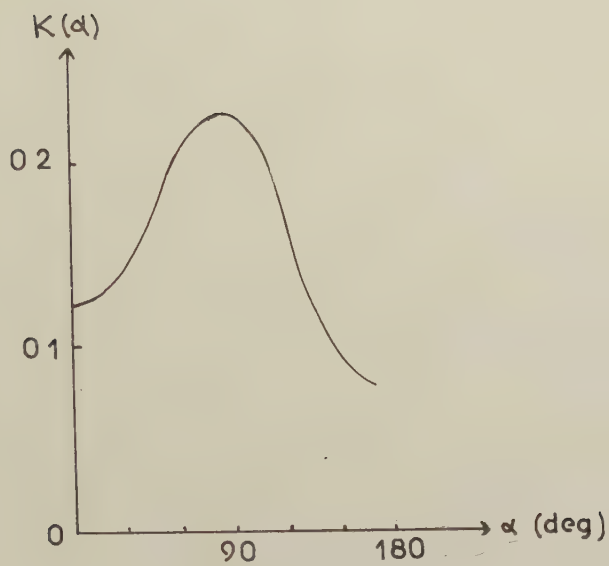


Figure 11

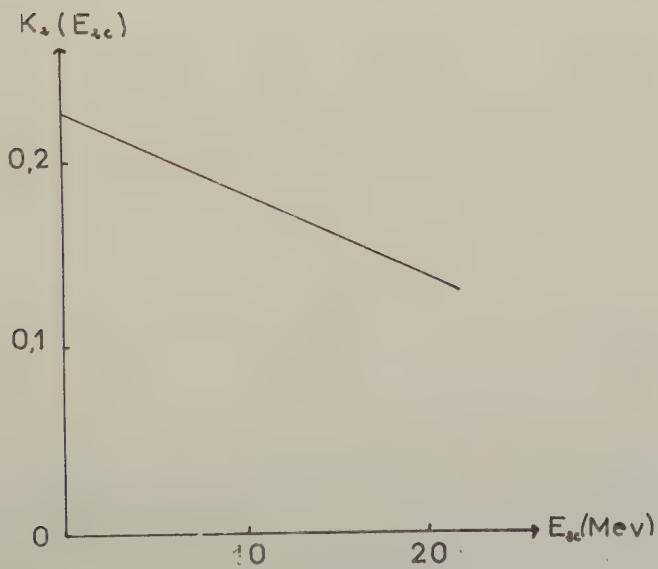


Figure 12

VI. - CONCLUSION

Les résultats numériques obtenus permettent de dégager les conclusions suivantes :

1° - La proportion des collisions interdites obtenue pour l'ensemble des nucléons n'est pas très différente de celle qui est obtenue pour le nucléon d'impulsion 0, l'écart un peu plus important dans le cas de la distribution exponentielle que pour celle du gaz de Fermi à 0°K est réduit par la correction de 8% dont nous avons parlé.

2° - Cette proportion dépend essentiellement du type de loi considéré pour la distribution des états d'énergie occupés par les nucléons dans le noyau. Elle est de l'ordre de 20 % dans le cas de la distribution du gaz de Fermi à 0°K et de l'ordre de 8 % pour la distribution exponentielle $P(E_{2c}) = 0,334 \exp \left(- \frac{E_{2c}}{40} \right)$.

3° - La décroissance apparente avec l'énergie du pion indiquée par le tableau VIII n'est vraisemblablement pas réelle ; elle résulte sans doute d'une utilisation de paramètres erronés dans les calculs basés sur le modèle optique du nucléon. Les données expérimentales récentes (39), (40) conduisent à des sections efficaces différentielles de diffusion élastique telles que le coefficient d'interdiction reste sensiblement constant (nous avons obtenu à 9 GeV $K_m = 0,21$ au lieu de $K_m = 0,26$).

Il convient de répéter que tous les résultats n'ont de valeur que dans la mesure où les modèles nucléaires admis ne sont pas, pour le problème que nous considérons, trop irréalistes.

4° - Le principe d'exclusion entraînant une réduction de la section efficace pour la diffusion pion-nucléon lié, on peut s'attendre à ce que la section efficace de diffusion inélastique (processus autres que ceux de collision élastique, tels production de pion, formation d'états résonants etc..) soit elle-même modifiée.

La méthode qui se présente le plus naturellement pour évaluer l'importance de cet effet est l'utilisation conjointe du théorème optique (voir chapitre III page 22) et des relations de dispersion (voir appendice). Malheureusement le théorème optique ne s'applique pas à l'interaction pion-nucléon lié telle qu'elle est traitée dans le modèle que nous utilisons. Il est en effet impossible de séparer la diffusion cohérente (diffusion de diffraction par l'ensemble des nucléons du noyau) de la diffusion incohérente qui nous intéresse. Quant aux relations de dispersion, vraisemblablement valables, elles sont à elles seules insuffisantes pour permettre une conclusion (une discussion de ce point est développée en appendice).

CHAPITRE V

ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DIFFUSION ELASTIQUE

PION-PROTON LIE A 1 GeV/c

Le but de notre étude expérimentale était essentiellement de déterminer la section efficace différentielle de diffusion élastique pion-proton lié ; accessoirement nous devions pouvoir obtenir la loi de distribution des impulsions des protons dans le noyau. Cette étude a été effectuée à l'aide de clichés de chambres à bulles aimablement mis à notre disposition par le Professeur RAMM du CERN. Le liquide utilisé, le fréon CF_3Br , ne contient pas de proton libre, toutes les collisions élastiques pion-proton, observées sont du type pion-proton lié. Les pions incidents à l'entrée de la chambre ont une impulsion égale à 1 GeV/c à 1 % environ. La méthode de dépouillement des clichés est la méthode graphique (41).

1. - METHODE DE DETERMINATION DE L'IMPULSION DES PROTONS DANS LE NOYAU.

1° - Position du problème

La voie qui semble la plus naturelle pour déterminer l'impulsion des protons dans le noyau consiste à utiliser la loi de conservation de l'impulsion lors de la collision proton-noyau.

Soient E_{1c}^e $\vec{P}_1^e$ l'énergie et l'impulsion du pion incident

E_1^e $\vec{P}_1^e$ l'énergie et l'impulsion du pion émergent

E_{2c}^e $\vec{P}_2^e$ l'énergie et l'impulsion du proton émergent

θ , φ les angles que font les impulsions $\vec{P}_1^e$ et $\vec{P}_2^e$ du pion et du proton émergents avec l'impulsion du pion incident.

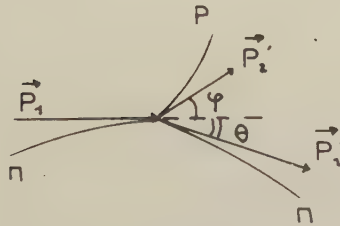


Figure 13

La conservation de l'impulsion s'écrit

$$\vec{P}_1^e = \vec{P}_1^e + \vec{P}_2^e + \vec{P}_R$$

$\vec{P}_R$ étant l'impulsion de recul du noyau. $\vec{P}_R$ est relié à l'impulsion $\vec{P}_2$ du proton dans le noyau avant la collision par la relation :

$$\vec{P}_R = -\vec{P}_2 - \vec{P}_L$$

où $\vec{P}_L$ est une impulsion dont le module est en général faible par rapport à celui de $\vec{P}_2$ et qui représente l'effet d'ensemble des nucléons du noyau avant ou après la collision. En négligeant $\vec{P}_L$, nous avons

$$\vec{P}_2 = \vec{P}_1^e + \vec{P}_2^e - \vec{P}_1^e$$

le module de $\vec{P}_2$ s'écrit alors en faisant intervenir les angles de diffusion θ et φ

$$P_2 = \left[P_1^e{}^2 + P_1^e{}^2 + P_2^e{}^2 + 2P_1^e P_2^e \cos(\theta + \varphi) - 2P_1^e (P_1^e \cos \theta + P_2^e \cos \varphi) \right]^{1/2} \quad (V.I)$$

la précision sur P_2 est donnée par

$$\Delta P_2 = \frac{1}{P_2} \left[|P_1^e - P_1'^e \cos \theta - P_2'^e \cos \varphi| \cdot P_1^e + |P_1'^e - P_1^e \cos \theta - P_2'^e \cos(\theta + \varphi)| \cdot P_1'^e \right. \\ \left. + |P_2^e - P_1^e \cos \varphi + P_1'^e \cos(\theta + \varphi)| \cdot P_2'^e \right] \quad (V.2) \\ + |P_1^e P_1'^e \sin \theta - P_1'^e P_2'^e \sin(\theta + \varphi)|^2 + |P_1^e P_2'^e \sin \varphi - P_1'^e P_2^e \sin(\theta + \varphi)|^2$$

L'impulsion P_2 déterminée de cette façon n'est connue qu'avec une très mauvaise précision, en effet cette méthode nécessite la connaissance de cinq grandeurs expérimentales, les modules des impulsions, P_1^e , $P_1'^e$, $P_2'^e$ et les angles θ et φ ; en particulier les P_1^e et $P_1'^e$ du pion incident et du pion émergent sont en général mal déterminés; il en résulte une erreur très importante sur l'impulsion P_2 qui peut atteindre 50 à 100%. Donnons un exemple pour fixer les idées. Considérons une collision dont les paramètres sont les suivants :

$$P_1^e = 862 \text{ MeV/c} \pm 20 \text{ MeV/c} \\ P_1'^e = 805 \text{ MeV/c} \pm 70 \text{ MeV/c} \\ P_2'^e = 242 \text{ MeV/c} \pm 10 \text{ MeV/c} \\ \theta = 21^\circ \pm 1^\circ \\ \varphi = 94^\circ \pm 1^\circ$$

l'application des formules (V.1) et (V.2) donne :

$$P_2 = 130 \text{ MeV/c} \pm 90 \text{ MeV/c}$$

Nous avons donc abandonné cette méthode et en avons cherché une autre ne nécessitant pas la connaissance précise des impulsions P_1^e et $P_1'^e$ et utilisant outre la conservation de l'impulsion celle de l'énergie.

2° - Etude de la cinématique d'une collision quasi-élastique

Les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion lors d'une collision pion-noyau avec émission d'un proton s'écrivent :

$$E_{1c}^e = E_{1c}'^e + E_{2c}'^e + E_{Rc} + E_L \quad (V.3)$$

$$\vec{P}_1^e = \vec{P}_1'^e + \vec{P}_2'^e - \vec{P}_2 - \vec{P}_L \quad (V.4)$$

E_{Rc} est l'énergie de recul du noyau

E_L est l'énergie de liaison du proton éjecté

P_L a été définie au paragraphe précédent.

Si nous considérons cette collision comme une collision élastique entre le pion incident et un proton du noyau, le noyau étant supposé immobile et caractérisé par un puits de potentiel de profondeur V , les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion s'écrivent :

$$E_{1c} + E_{2c} = E_{1c}' + E_{2c}' \quad (V.5)$$

$$\vec{P}_1 + \vec{P}_2 = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' \quad (V.6)$$

où E_{2c} est l'énergie cinétique du proton dans le noyau et où les autres énergies E_{1c} , E_{1c}' , E_{2c}' s'obtiennent à partir de E_{1c}^e , $E_{1c}'^e$, $E_{2c}'^e$ en ajoutant V . L'équation (V.5) donne :

$$E_{1c}^e = E_{1c}'^e + E_{2c}'^e + V - E_{2c} \quad (V.7)$$

On voit que cette équation est équivalente à l'équation (V.3) compte tenu du fait que E_{Rc} est faible devant les autres énergies et que E_L est voisin de $V - E_{2c}$. Nous avons admis que les équations (V.4) et (V.6) étaient peu différentes, l'effet global du noyau qui est faible étant représenté dans un cas par l'impulsion $\vec{P}_L$ et dans l'autre par le potentiel V (les impulsions P_1 , P_1' , P_2' étant calculées à partir des énergies E_1 , E_1' et E_2'). L'équivalence approximative entre les équations (V.3) et (V.5) d'une part, (V.4) et (V.6) d'autre part nous a semblé suffisante compte tenu de la pré-

cision de nos données expérimentales et nous a permis d'utiliser les résultats du chapitre II concernant la cinématique d'une collision élastique particule-nucléon.

3° - Description de la méthode

Nous avons vu au chapitre II que la cinématique d'une collision pion-proton était complètement déterminée si l'on connaît :

- l'impulsion P_2 du proton avant la collision
- l'angle α que fait l'impulsion du proton avec l'impulsion du pion incident.
- l'angle ϵ entre les plans déterminés par les impulsions du pion et du proton avant et après la collision.
- l'angle θ de diffusion du pion.

L'angle θ est obtenu expérimentalement ; il reste trois paramètres inconnus P_2 , α et ϵ que nous pouvons déterminer en utilisant les trois relations suivantes :

$$f_1(\varphi, \theta, P_2, \alpha, \epsilon) = 0 \quad (V.8)$$

$$f_2(E'_2, \theta, P_2, \alpha, \epsilon) = 0 \quad (V.9)$$

$$f_3(\bar{\varphi}, \theta, P_2, \alpha, \epsilon) = 0 \quad (V.10)$$

φ étant l'angle que fait l'impulsion du proton après la collision avec celle du pion incident, E'_2 l'énergie du proton après la collision, $\bar{\varphi}$ l'angle de coplanarité (angle de l'impulsion du pion incident et du plan déterminé par les impulsions du pion et du proton après la collision). φ , E'_2 et $\bar{\varphi}$ sont données par l'expérience.

Les relations (V.8) (V.9) et (V.10) ne peuvent être résolues analytiquement elles sont exploitables par construction de réseaux de courbes ; φ , E'_2 et $\bar{\varphi}$ sont calculés en fonction de $\bar{\theta}$ (angle de diffusion du pion dans le système du centre de masse), P_2 , α et ϵ (angle définissant l'o-

rientation du plan de la collision dans le système où le proton est immobile, voir chapitre II) à l'aide des formules (II.28) (II.24) et (II.30), $\bar{\theta}$ et $\bar{\epsilon}$ sont alors remplacées par leurs valeurs en fonction de θ et ϵ à l'aide des formules (II.27) et (II.29).

Nous avons construit les courbes $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$ et $\bar{\theta} = f(\theta)$ pour les valeurs suivantes des paramètres P_2 , α et ϵ

$$P_2 : 0, 100 \text{ MeV/c}, 200 \text{ MeV/c}, 300 \text{ MeV/c}$$

$$\alpha : 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$$

$$\epsilon : 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$$

et nous avons groupé sur un même graphique les courbes correspondant à un couple de valeurs α , ϵ et aux 4 valeurs de P_2 envisagées. Un certain nombre de ces courbes sont données en appendice.

A chaque couple de valeurs expérimentales φ^θ , $E'_2{}^\theta$ et $\bar{\theta}^\theta$, correspond un point ayant ces valeurs pour coordonnées. Si nous considérons tout d'abord le réseau $\varphi = f(\theta)$ pour chaque valeur de α et ϵ le point de coordonnées φ^θ correspond à une valeur de P_2 , ne sont retenues que les valeurs comprises en 0 et 325 MeV/c. Examinons ensuite pour les valeurs de α et ϵ retenues précédemment les réseaux de courbes $E'_2 = f(\theta)$, le point de coordonnées $E'_2{}^\theta$ donne de nouvelles valeurs de P_2 , nous ne conservons que les valeurs de α et ϵ pour lesquelles les valeurs obtenues pour P_2 sont les mêmes que celles trouvées avec les réseaux $\varphi = f(\theta)$. Nous effectuons enfin la même opération avec les réseaux $\bar{\theta} = f(\theta)$ et nous sélectionnons les valeurs de α , ϵ et P_2 coïncidant avec les valeurs obtenues à partir des réseaux $\varphi = f(\theta)$ et $E'_2 = f(\theta)$.

Prenons l'exemple suivant :

$$\text{valeurs expérimentales } \theta = 32^\circ \pm 1^\circ \quad \varphi = 99^\circ \pm 1^\circ$$

$$E'_2 = 80 \text{ MeV} \pm 10 \text{ MeV} \quad \bar{\theta} = 14^\circ \pm 1^\circ$$

Le point de coordonnées 32° , 99° porté sur les réseaux de courbes

$\varphi = f(\theta)$ donne les possibilités :

pour $\alpha = 120^\circ$	$\epsilon = 135^\circ$	$275 \text{ MeV/c} < P_2 < 325 \text{ MeV/c}$
" "	" = 180°	$275 \text{ MeV/c} < P_2 < 325 \text{ MeV/c}$
$\alpha = 150^\circ$	$\epsilon = 90^\circ$	$250 \text{ MeV/c} < P_2 < 300 \text{ MeV/c}$
" "	" = 135°	$225 \text{ MeV/c} < P_2 < 275 \text{ MeV/c}$
" "	" = 180°	$225 \text{ MeV/c} < P_2 < 250 \text{ MeV/c}$
$\alpha = 180^\circ$		$250 \text{ MeV/c} < P_2 < 300 \text{ MeV/c}$

les autres valeurs de α et ϵ ne donnent pas de valeur de P_2 comprise entre 0 et 325 MeV/c et sont écartées.

Le point de coordonnées $32^\circ \ 80^\circ$ porté sur les réseaux de courbes $E'_2 = f(\theta)$ donne :

pour $\alpha = 120^\circ$	$\epsilon = 135^\circ$	$75 \text{ MeV/c} < P_2 < 150 \text{ MeV/c}$
" "	$\epsilon = 180^\circ$	$50 \text{ MeV/c} < P_2 < 150 \text{ MeV/c}$
$\alpha = 150^\circ$	$\epsilon = 90^\circ$	$200 \text{ MeV/c} < P_2 < 350 \text{ MeV/c}$
" "	$\epsilon = 135^\circ$	$100 \text{ MeV/c} < P_2 < 200 \text{ MeV/c}$
" "	$\epsilon = 180^\circ$	$75 \text{ MeV/c} < P_2 < 150 \text{ MeV/c}$
$\alpha = 180^\circ$		$P_2 < 0$ exclu

Les cas qui conduisent à des valeurs concordantes pour les deux réseaux sont :

$\alpha = 150^\circ$	$\epsilon = 90^\circ$	$250 \text{ MeV/c} < P_2 < 350 \text{ MeV/c}$
	$\epsilon = 135^\circ$	$225 \text{ MeV/c} < P_2 < 275 \text{ MeV/c}$

Enfin la considération des réseaux $\delta = f(\theta)$ pour $\alpha = 150^\circ \ \epsilon = 90^\circ$ et $\alpha = 150^\circ \ \epsilon = 135^\circ$ montre que seul convient le système $\alpha = 150^\circ \ \epsilon = 90^\circ$ et $P_2 = 300 \text{ MeV/c}$.

Bien évidemment si l'exactitude des données expérimentales le justifie des interpolations peuvent être employées.

La précision obtenue sur P_2 dépend de la valeur de l'angle de dif-

fusion θ pour la collision considérée. En effet les courbes $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$ et $\bar{\theta} = f(\theta)$ correspondant à une valeur de α et ϵ donnée et aux 4 valeurs de P_2 considérées sont plus ou moins bien séparées suivant la valeur de l'angle θ . Les courbes $\varphi = f(\theta)$ sont en général, à l'exception de la valeur $\alpha = 90^\circ$ assez mal séparées pour les grandes valeurs de l'angle θ (θ supérieur à 100°). Dans les régions favorables, une précision de 1° sur les angles θ et φ permet d'obtenir P_2 à 25 MeV/c près environ. Au contraire les courbes $E'_2 = f(\theta)$ sont en général mieux séparées pour les grands angles θ que pour les petits, ce qui compense l'effet contraire observé pour les courbes $\varphi = f(\theta)$. Dans les domaines de bonne séparation, une précision de 10 MeV sur E'_2 et de 1° sur θ conduit à un P_2 connue à 25 MeV/c près environ. L'angle $\bar{\theta}$ a été trouvé constant en fonction de l'angle θ à mieux de 30 minutes près, les courbes $\bar{\theta} = f(\theta)$ sont pratiquement des droites et la précision pour la détermination de P_2 est donc indépendante de la valeur de l'angle θ . Compte tenu du faible éventail des valeurs de l'angle $\bar{\theta}$ ($\bar{\theta}$ est toujours inférieur à 20° pour les valeurs physiques de P_2), l'écart entre ces droites est en général assez faible ce qui ne permet pas une bonne appréciation de P_2 . Toutefois ceci ne présente pas un grave inconvénient, en effet la considération du réseau $\bar{\theta} = f(\theta)$, venant après celle des réseaux $\varphi = f(\theta)$ et $E'_2 = f(\theta)$ n'est utilisée que pour un nombre restreint de valeurs de α et ϵ (parfois même pour une seule valeur, elle ne sert alors que de contrôle). En conclusion on peut admettre que, pour la majeure partie des événements une précision de 1° sur les angles θ et φ et de 10 MeV sur l'énergie E'_2 permet d'obtenir P_2 à 25 MeV/c près environ. C'est un résultat qu'il est permis de considérer comme satisfaisant.

Remarque

Nous avons construit ces réseaux de courbes pour une impulsion du pion incident égale à 900 MeV/c. Cette valeur correspond à la moyenne des impulsions des pions incidents pour les différents événements étudiés, en effet l'impulsion du pion incident lors de la collision avec un proton varie suivant la position de celle-ci dans la chambre. Pour évaluer l'influ-

ence de la variation de l'impulsion du pion incident nous avons redéterminé une fraction des courbes pour une impulsion égale à 950 MeV/c (la plupart des impulsions pour les événements considérés sont en effet différentes de moins de 50 MeV/c de l'impulsion moyenne). Pour simplifier le calcul, nous avons uniquement envisagé les cas extrêmes $\alpha = 0$ et $\alpha = 180^\circ$.

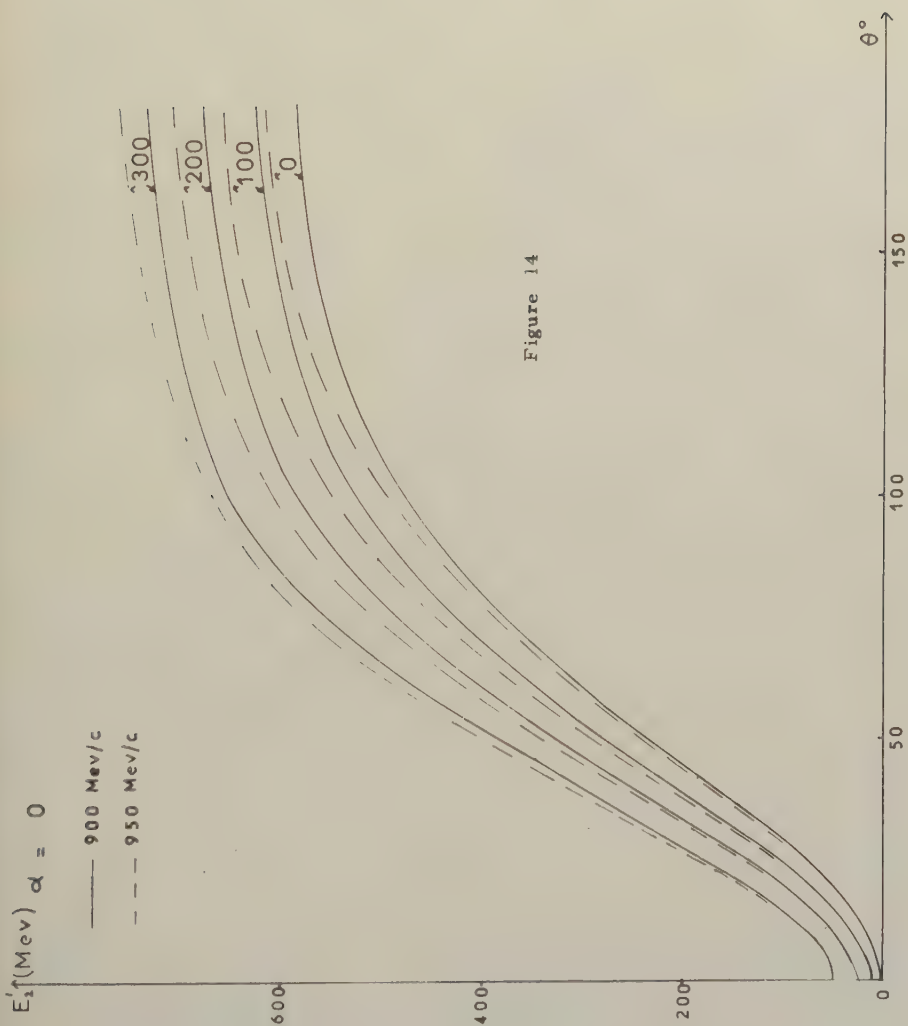
Les courbes $\varphi = f(\theta)$ obtenues pour l'impulsion 950 MeV/c sont pratiquement confondues avec celles correspondant à l'impulsion 900 MeV/c (les différences étant inférieures à 1°). Par contre les courbes $E'_2 = f(\theta)$ sont nettement décalées vers le haut (figures 14 et 15). Les courbes $\delta = f(\theta)$ sont évidemment confondues puisque pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 180^\circ$ $\delta = 0$ quelle que soit l'impulsion du pion incident.

Les résultats suggèrent que, au voisinage d'une certaine valeur E_1 de l'énergie de la particule incidente (910 MeV en l'espèce) les courbes $E'_2/E_1 = f(\theta)$ sont sensiblement indépendantes de E_1 ce qui donne une possibilité immédiate de correction. Pratiquement dans la plupart des cas E_1 est assez voisin de la valeur 910 MeV et la précision sur E'_2 n'est pas assez grande pour qu'il vaille la peine de considérer la corrélation à l'énergie exacte. Nous l'avons fait cependant dans les quelques cas où cela paraissait justifié.

II. - CHOIX DES EVENEMENTS

Les événements susceptibles de nous intéresser sont évidemment les événements à deux branches à une particule de charge négative et une particule de charge positive. Pour chacun d'eux nous avons déterminé :

- l'énergie E_1^e du pion incident
- l'énergie $E_1'^e$ de la particule de charge négative



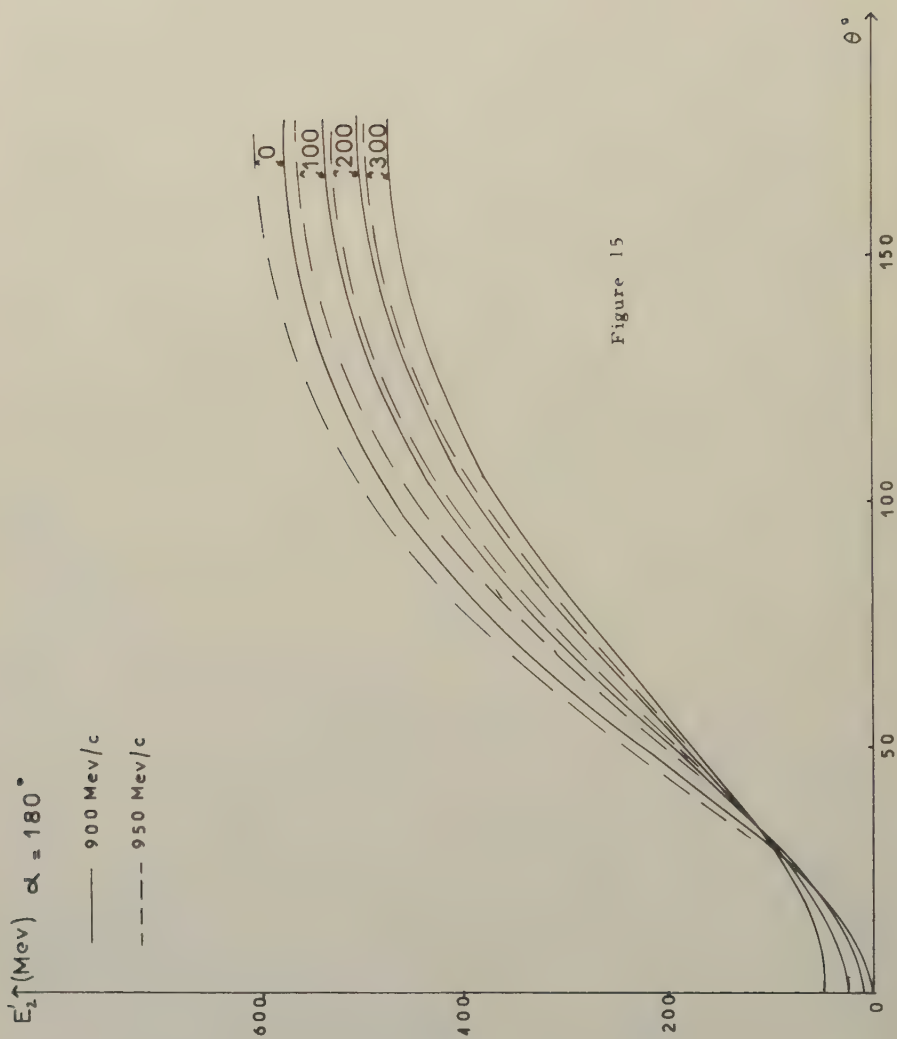


Figure 15

- l'énergie E_2^e de la particule de charge positive

- les angles θ et φ que fait l'impulsion $\vec{P}_1^e$ du pion incident

avec les impulsions $\vec{P}_1^e$ et $\vec{P}_2^e$ de la particule de charge négative et de la particule de charge positive.

Les énergies E_1 , E'_1 et E'_2 des particules à l'intérieur du noyau se déduisent des énergies E_1^e , E'_1 et E'_2 en ajoutant l'énergie potentielle que nous avons prise égale à 30 MeV, valeur souvent admise dans les modèles nucléaires. Les impulsions P_1 , P'_1 et P'_2 des particules à l'intérieur du noyau se déduisent de E_1 , E'_1 et E'_2 . Seuls nous intéressent les événements correspondant à une seule collision pion-proton, il nous faut donc éliminer, dans la mesure du possible, ceux qui seraient d'un autre type ; pour cela nous avons soumis chaque événement à un certain nombre de tests :

a) conservation de l'impulsion

Nous n'avons conservé que les événements correspondant à un module de l'impulsion de la particule de charge positive dans le noyau inférieure à $P_{2M} = 325 \text{ MeV/c}$, valeur que nous nous sommes fixé arbitrairement mais qui nous a semblé raisonnable si l'on considère les résultats concernant les impulsions nucléoniques, (voir chapitre I) et la nécessité d'éliminer les événements correspondant à des diffusions multiples.

Désignons par $\vec{P}'$ la résultante des impulsions $\vec{P}'_1$ et $\vec{P}'_2$ des particules émergentes. Le module de $\vec{P}'$ doit vérifier l'inéquation.

$$P_1 - P_{2M} < P' < P_1 + P_{2M}$$

b) conservation de l'énergie cinétique

Désignons par $E'_c = E'_{1c} + E'_{2c}$, la somme des énergies cinétiques des particules émergentes, soit E'_{2cM} la valeur maximum admise de l'énergie cinétique du proton dans le noyau ($E'_{2cM} = \frac{P_{2M}^2}{2M} = 56 \text{ MeV}$).

On doit avoir :

$$E_{1c} - E_{2cM} < E'_c < E_{1c} + E_{2cM}$$

c) relation entre les angles θ et φ

D'après le principe de la conservation de l'impulsion nous avons :

$$\vec{P}' = \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

l'impulsion $\vec{P}'_2$ de la particule de charge positive devant être inférieure en module à la valeur P_{2M} , si l'on se fixe l'angle θ , l'angle φ doit être compris entre certaines limites que nous allons préciser. Portons sur un graphique (figure 16) à partir d'un point 0 le vecteur $\vec{P}_1$ et le vecteur $\vec{P}'_1$ faisant avec $\vec{P}_1$ l'angle θ . De l'extrémité du vecteur $\vec{P}_1$ comme centre, traçons un cercle de rayon P_{2M} , l'extrémité du vecteur $\vec{P}'$ porté à partir de 0 doit se trouver à l'intérieur de ce cercle, la direction du vecteur $\vec{P}'_2$ doit donc être celle de l'une des droites comprises entre les côtés de l'angle formé par les tangentes menées à ce cercle par l'extrémité du vecteur $\vec{P}'_1$. Soient φ_M et φ_m les angles que font ces tangentes avec le vecteur $\vec{P}_1$, on doit vérifier que l'angle φ déterminé expérimentalement est compris entre φ_M et φ_m .

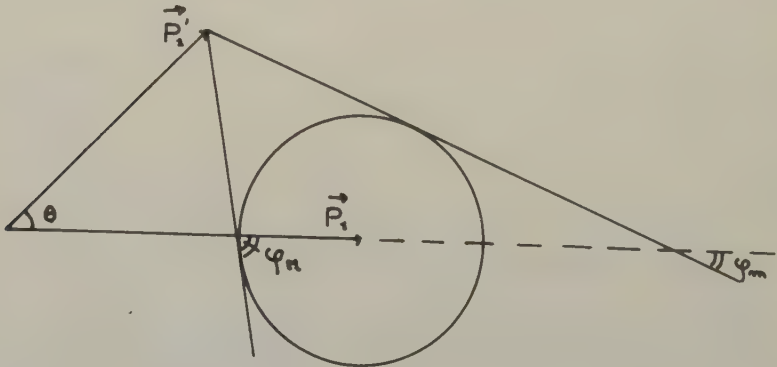


Figure 16

d) utilisation des réseaux de courbes $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$ et $\bar{\theta} = f(\theta)$

Afin de déterminer, comme nous l'avons expliqué au paragraphe précédent, la distribution des impulsions des protons dans le noyau, nous avons porté sur les réseaux de courbes $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$ et $\bar{\theta} = f(\theta)$ les points de coordonnées φ , E'_2 et $\bar{\theta}$, ces valeurs étant obtenues expérimentalement. Nous avons conservé seulement les événements tels que ces points soient compris entre les courbes extrêmes correspondant à $P_2 = 0$ et $P_2 = 325 \text{ MeV/c}$.

Nous avons examiné 2.800 vues environ et nous avons obtenu 71 événements du type $\pi^- + p \rightarrow \pi^- + p$. L'énergie cinétique moyenne des pions incidents pour ces 71 événements est égale à 740 MeV. Ce nombre est évidemment assez faible (nous ne disposons pas d'autres clichés), nous avons cependant pu en tirer des renseignements intéressants sur la distribution des impulsions des protons dans le noyau et sur la distribution angulaire des pions diffusés.

III. - RESULTATS OBTENUS SUR LA DISTRIBUTION DES IMPULSIONS DES PROTONS DANS LE NOYAU.

Les impulsions des protons dans le noyau ont été déterminées à l'aide de la méthode exposée au paragraphe I. La figure n° 17 donne la distribution obtenue. Celle-ci doit être corrigée, en effet si nous admettons que le noyau est caractérisé par un puits de potentiel de 30 MeV, toutes les collisions conduisant à une énergie cinétique finale du proton inférieure à 30 MeV ne seront pas détectées, celui-ci ne sortant pas du noyau, d'autre part le parcours des protons dans le fréon ne permet pas de déterminer l'impulsion et l'angle φ des protons dont l'énergie cinétique à la sortie du noyau est inférieure à 20 MeV, donc les collisions telles que l'énergie cinétique finale du proton est inférieure à 50 MeV n'ont pas été comptées.

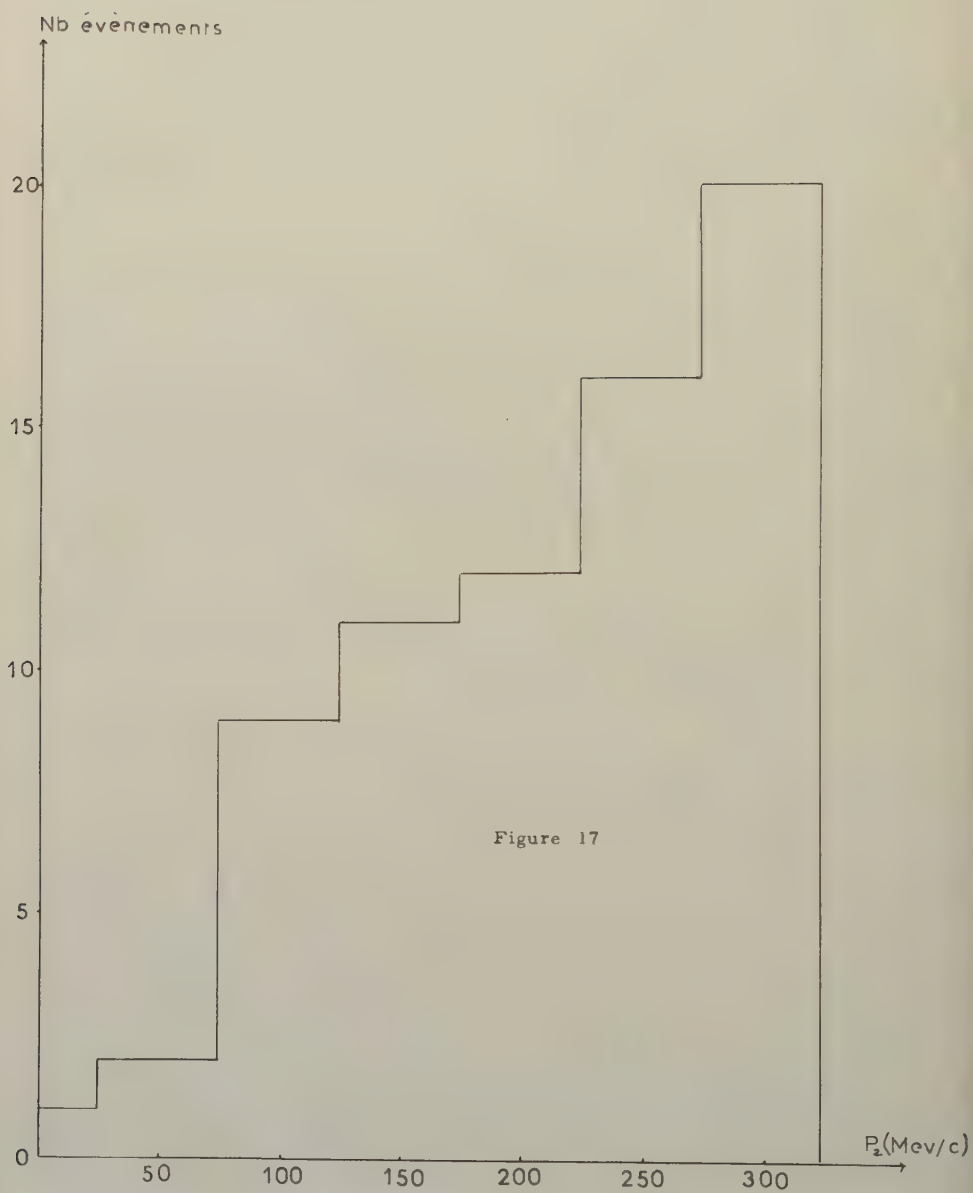


Figure 17

Le calcul de la proportion des évènements précédents est analogue à celui que nous avons fait au chapitre IV pour obtenir le coefficient d'interdiction dans le cas du modèle du gaz de Fermi. La condition pour qu'une collision soit permise par le principe d'exclusion de Pauli s'écrivait : $E'_{2c} > 22 \text{ MeV}$, ici la condition pour qu'une collision puisse être détectée s'écrit $E'_{2c} > 50 \text{ MeV}$. Cette condition se traduit par une inégalité que doit vérifier l'angle de diffusion $\bar{\theta}$

$$\bar{\theta} > \bar{\theta}_i (P_2, \alpha, \epsilon)$$

La proportion des collisions non détectées est égale à :

$$R(P_2, \alpha) = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\bar{\theta}_i} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta} d\bar{\epsilon}}{2\pi \int_0^{\pi} \frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}} \sin \bar{\theta} d\bar{\theta}}$$

La courbe de section efficace différentielle $\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\Omega}}(\bar{\theta})$ utilisée est une courbe expérimentale obtenue à partir des résultats de Crittenden et col. (42). Nous avons ensuite calculé la moyenne sur l'angle α des coefficients $R(P_2, \alpha)$. Le tableau IX donne les valeurs des coefficients moyens R_m obtenus.

$P_2 (\text{MeV}/c)$	0	50	100	150	200	250	300
R_m	0,38	0,37	0,36	0,32	0,29	0,23	0,18

Tableau IX

La figure n°18 représente la nouvelle répartition obtenue. Nous avons comparé cette répartition avec celle obtenue à partir de la distribution du modèle du gaz de Fermi à 0°K $dn = A p^2 dp$ et d'une distribution exponentielle

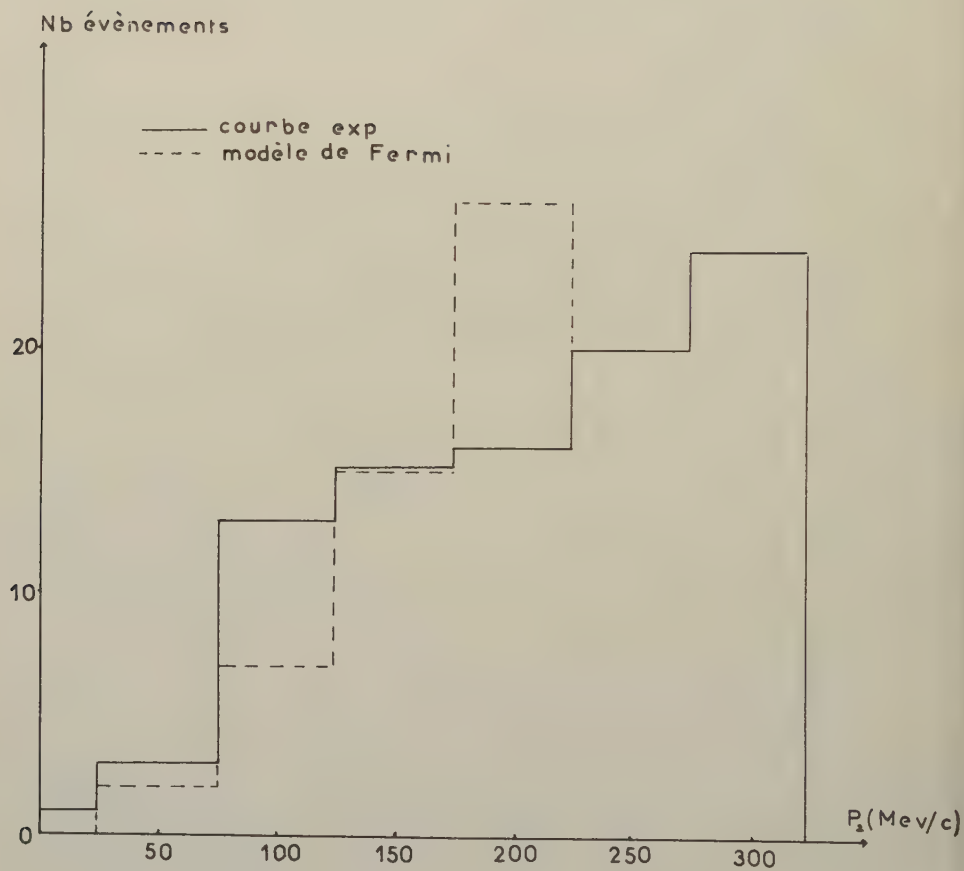


Figure 18

$$dn = A \exp \left(- \frac{p^2}{p_0^2} \right) p^2 dp$$

Le coefficient A est déterminé en écrivant que $A \int_0^{205} p^2 dp$ dans le premier cas et $A \int_0^{325} p^2 \exp \left(- \frac{p^2}{p_0^2} \right) dp$ dans le second est égal au nombre total d'évènements de la répartition expérimentale. Le nombre de protons dont l'impulsion est située dans un des intervalles choisis pour la répartition expérimentale est obtenu par intégration, ainsi le nombre de protons dont l'impulsion est comprise entre 25 et 75 MeV/c est égal à :

$$N_{25}^{75} = A \int_{25}^{75} p^2 dp \quad \text{ou} \quad N_{25}^{75} = A \int_{25}^{75} \exp \left(- \frac{p^2}{p_0^2} \right) p^2 dp$$

suivant la loi de distribution envisagée. La répartition obtenue dans le cas du modèle du gaz de Fermi à $0^\circ K$ a été portée sur la figure n°18, celles obtenues pour les distributions exponentielles ont été portées sur la figure n° 19, trois valeurs du coefficient P_0 ont été considérées, $P_0 = 194 \text{ MeV/c}$, $P_0 = 237 \text{ MeV/c}$, $P_0 = 274 \text{ MeV/c}$ correspondant aux valeurs du paramètre $E_{oc} = P_0^2 / 2M$ égales à 20 MeV, 30 MeV et 40 MeV. La comparaison avec la répartition expérimentale montre que la distribution qui convient le mieux est la distribution exponentielle avec un coefficient E_{oc} de l'ordre de 40 MeV.

IV. - DETERMINATION DE LA SECTION EFFICACE DIFFERENTIELLE DE DIFFUSION ELASTIQUE

Nous avons déterminé la distribution angulaire des pions diffusés dans le système du centre de masse afin de comparer cette distribution avec celle correspondant à la diffusion pion-proton libre. Les paramètres

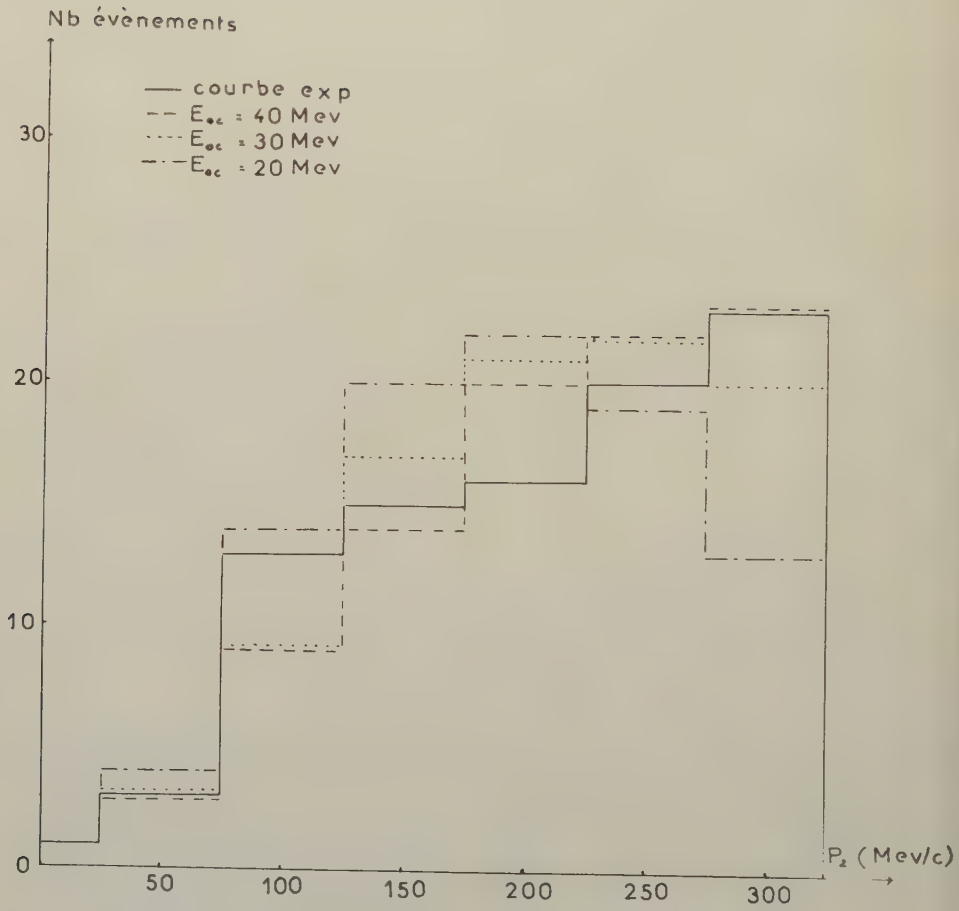


Figure 19

P_2 , α , ϵ ayant été déterminés comme nous l'avons vu précédemment la formule (I.27) nous permet de déterminer l'angle de diffusion $\bar{\theta}$ dans le système du centre de masse en fonction de l'angle de diffusion θ dans le système du laboratoire. La figure n° 20 représente la distribution obtenue.

Les collisions donnant une énergie finale du proton inférieure à 50 MeV étant exclues, nous ne pouvons évidemment mettre en évidence les effets nucléaires (barrière de potentiel, principe d'exclusion de Pauli) qui ne jouent que pour des énergies du proton inférieures à cette valeur, toutefois afin de comparer nos résultats avec la section efficace pion-nucléon libre, nous avons, de façon un peu artificielle, évalué la proportion des collisions qui, si le proton était libre, donnerait lieu à émission d'un proton d'énergie cinétique E'_{2c} inférieure à 50 MeV.

Les paramètres $\bar{\theta}$, P_2 et α étant fixés, la condition $E'_{2c} > 50 \text{ MeV}$ se traduit par l'inégalité $\epsilon < \epsilon_i(\bar{\theta}, P_2, \alpha)$.

La proportion des collisions exclues est égale à :

$$P(\bar{\theta}, P_2, \alpha) = \frac{\pi - \epsilon_i}{\pi}$$

Nous avons calculé la moyenne P_m des coefficients $P(\bar{\theta}, P_2, \alpha)$ sur l'impulsion P_2 et sur l'angle α , la figure n°21 représente la courbe donnant P_m en fonction de l'angle $\bar{\theta}$.

Compte tenu de cette correction, la section efficace obtenue est représentée sur la figure n°22, sur cette même figure sont portées les sections efficaces pion-proton libre à 770 MeV et 720 MeV déterminées pour la première énergie par Crittenden et col. (42) et pour la seconde par Calvin et col. (43). Ces courbes sont comparées à notre résultat correspondant à une énergie moyenne de 740 MeV. Il y a coïncidence approximative. Ceci signifie que, dans la limite de notre précision, la section efficace différentielle pion-proton lié effectivement observée se déduit de la section efficace différentielle pion-nucléon libre corrigée de la manière suivante :

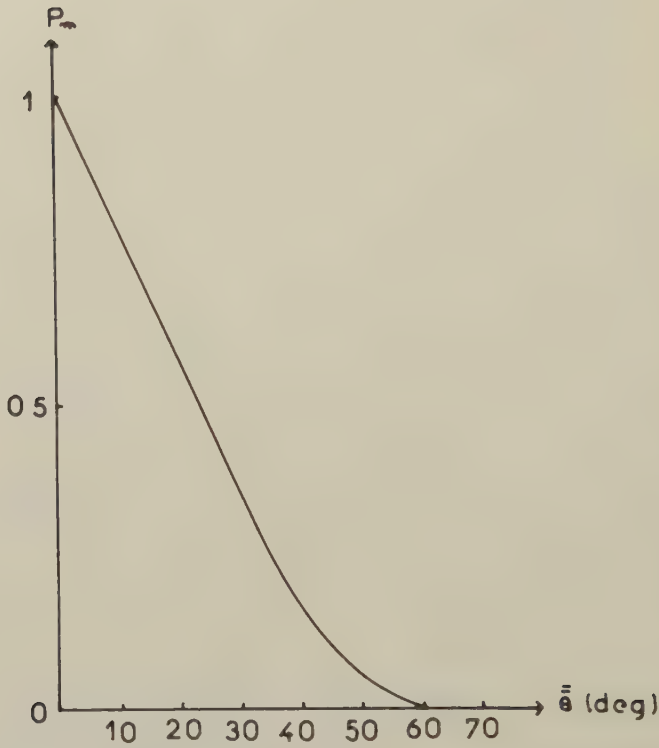


Figure 21

- exclusion des collisions rendues inobservables par les conditions expérimentales.
- exclusion des collisions soit interdites par le principe d'exclusion de Pauli, soit ne donnant pas lieu à l'émission d'un proton en raison de l'existence du potentiel nucléaire.

V. - CONCLUSION

La distribution des impulsions des protons lors des collisions pion-proton étudiées peut être assez bien représentée par une loi exponentielle

$$dn \propto \exp \left(- \frac{p^2}{p_0^2} \right) p^2 dp$$

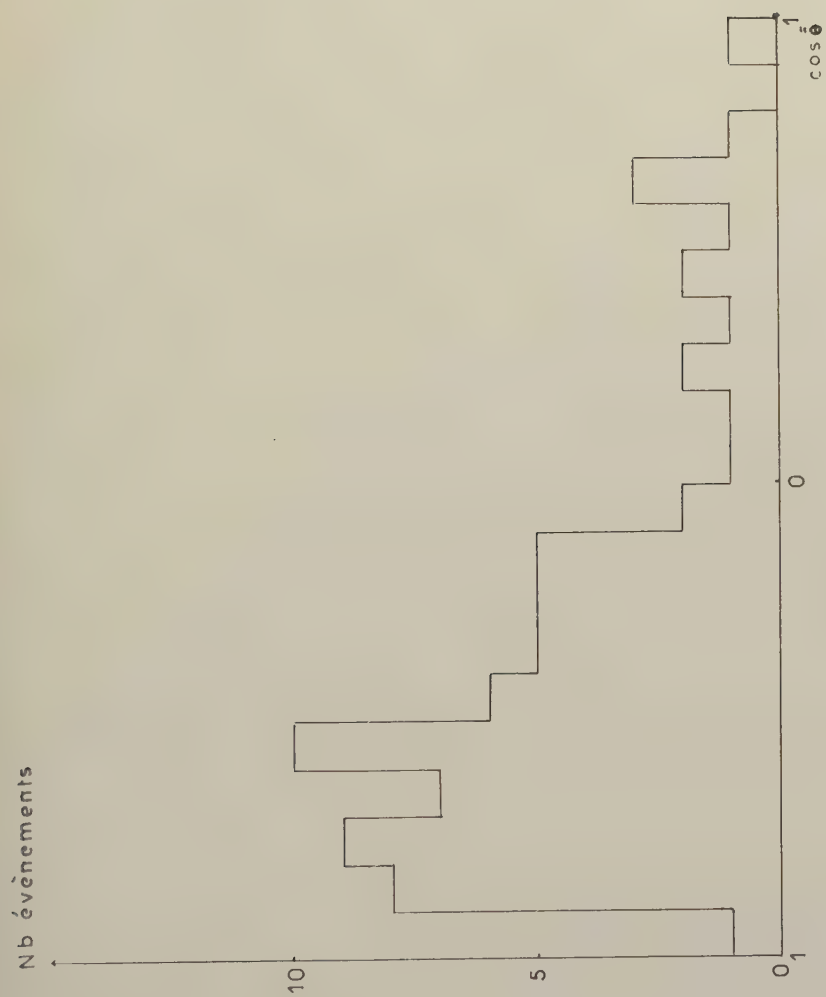


Figure 20

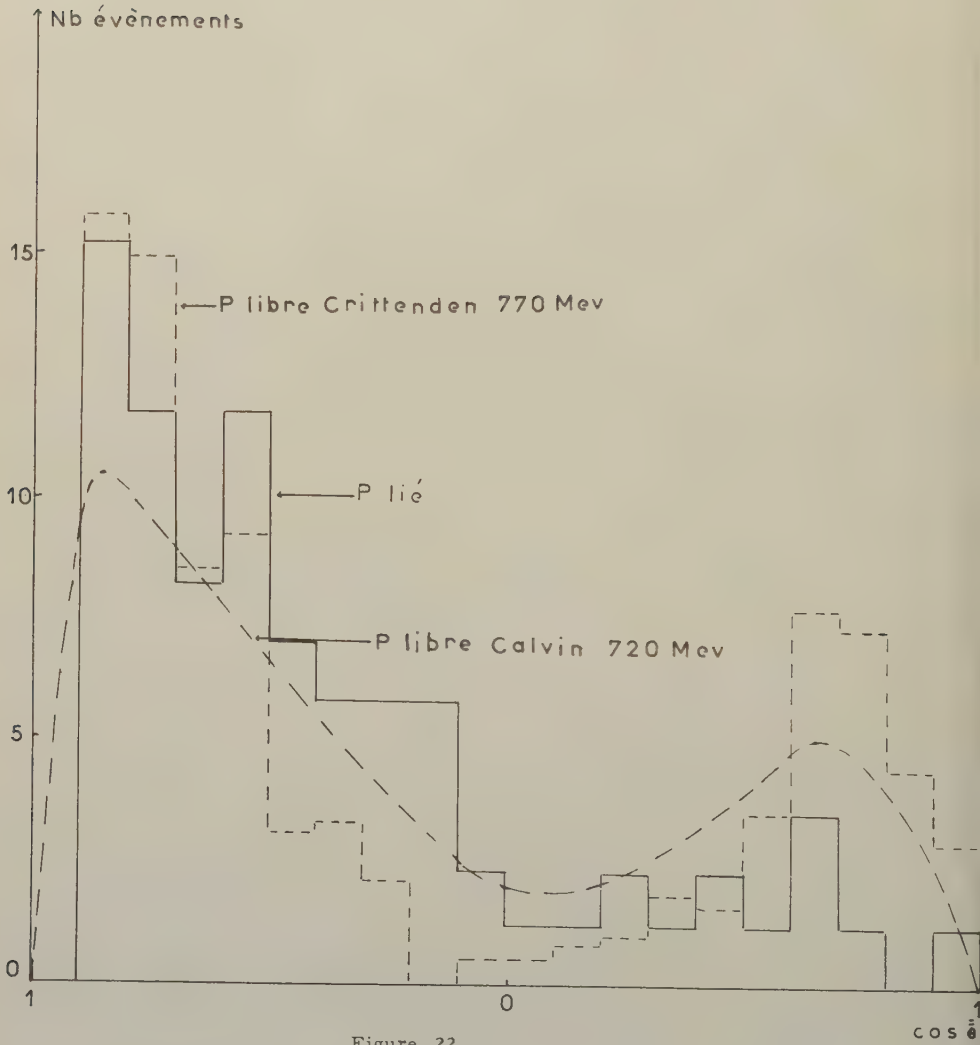


Figure 22

avec $\frac{p_0^2}{2M}$ de l'ordre de 40 MeV.

Nous avons vu au chapitre I que plusieurs auteurs proposent une loi du même type mais avec un paramètre $\frac{p_0^2}{2M}$ plus faible de l'ordre de 20 MeV qui donne une moins grande importance aux impulsions élevées. on peut peut être penser que cette différence provient du fait que dans ce cas, l'étude porte sur la diffusion des noyaux de carbone et dans notre cas non seulement sur la diffusion par des noyaux de carbone mais aussi par des noyaux de fluor, et surtout par des noyaux de brome qui contiennent un plus grand nombre de protons que les noyaux de carbone. La distribution des impulsions des nucléons pourrait donc être différente d'un noyau à un autre et dépendre de la densité de nucléons contenus dans le noyau.

La section efficace différentielle de diffusion pion-proton lié obtenue est tout à fait comparable à celle de la diffusion pion-proton libre, il paraît donc raisonnable d'admettre comme nous l'avons fait que la section efficace pion-nucléon lié peut être considérée comme identique à la section efficace pion-nucléon libre et qu'il y a lieu simplement de tenir compte des collisions interdites par le principe d'exclusion de Pauli.

CONCLUSION GENERALE

Le but de notre travail était d'étudier essentiellement l'influence de la liaison lors de la diffusion particule-nucléon lié aux grandes énergies et accessoirement la distribution des impulsions des nucléons à l'intérieur du noyau.

Pour la détermination des impulsions des nucléons dans le noyau, détermination qui conditionne toute possibilité de recherche dans ce domaine, nous avons proposé une méthode qui utilise des réseaux de courbes reliant différents paramètres du choc particule-nucléon lié. Cette méthode présente l'avantage de ne pas nécessiter la connaissance de paramètres mal déterminés expérimentalement. Appliquée au cas de la diffusion quasi-élastique de pions de 1 GeV/c par des noyaux du liquide d'une chambre à bulles (fréon) elle nous a donné une distribution expérimentale pour les protons assez bien représentée par une loi de la forme $dP(p) \propto \exp\left(-\frac{p^2}{2}\right) p^2 dp$ avec $\frac{p_0^2}{2M}$ de l'ordre de 40 MeV.

Les impulsions individuelles sont obtenues avec une précision de l'ordre de 25 MeV/c pour les modules et d'environ 15 degrés pour les orientations.

Le premier point a été traité d'un point de vue théorique dans le cas de la diffusion élastique : nous avons utilisé l'hypothèse que la diffusion particule-nucléon lié aux grandes énergies pouvait être considérée comme identique à la diffusion particule-nucléon libre en tenant compte simplement du principe d'exclusion de Pauli. Les résultats obtenus dépendent essentiellement de la loi de distribution des états d'énergie occupés par les nucléons dans le noyau. Dans le cas de la diffusion pion-proton

de 1 GeV à 9 GeV, en utilisant la loi correspondant à celle de la distribution des impulsions citée plus haut et en adoptant le modèle du gaz de Fermi à température non nulle, nous avons obtenu une section efficace pion-proton lié inférieure de 8 % à la section efficace pion-proton libre. Cette différence est plus importante si l'on utilise la loi du gaz de Fermi à 0° absolu, et atteint 20 %. L'étude expérimentale établit que, pour les angles de diffusion élevés (supérieurs à 30° environ), les sections efficaces différentielles pion-proton lié sont très sensiblement égales aux sections efficaces pion-proton libre. Pour les angles de diffusion faibles, il est évidemment impossible de conclure puisque les événements éventuellement non interdits conduisent pour la plupart à une capture du proton de recul dans le noyau.

Le problème plus complexe de la diffusion inélastique n'a pu être résolu, un essai d'une méthode utilisant le théorème optique et les relations de dispersion (voir appendice I) n'a pas été poursuivi devant la difficulté de séparer diffusion cohérente et incohérente pour appliquer le théorème optique.

APPENDICE I

POSSIBILITES D'APPLICATION DES RELATIONS DE DISPERSION

A L'INTERACTION PION-NUCLEON LIE

I. - RELATIONS DE DISPERSION ET DIFFUSION PION-NUCLEON LIBRE

En optique, les relations de dispersion reliant la partie réelle et la partie imaginaire de l'indice de réfraction furent établies il y a 35 ans environ par Kronig et Kramers. Elles furent reprises il y a quelques années par plusieurs physiciens notamment par Karplus et Rudermann (44) et Goldberger (45) qui les appliquèrent à la diffusion des particules élémentaires.

Considérons une fonction analytique $f(z)$ telle que $f(z) < A |z|^n$ lorsque $|z| \rightarrow \infty$. On démontre à partir du théorème de Cauchy que :

$$\operatorname{Re} f(z) = \frac{(z-z_0)^{n+1}}{\pi} \text{v.p.} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} f(z') dz'}{(z'-z)(z'-z_0)^{n+1}} + \operatorname{Re} f(z_0) + \dots + \frac{\operatorname{Re} f^{(n)}(z_0)}{n!} \quad (\text{A.1})$$

Introduisons l'amplitude T de diffusion correspondant à l'interaction d'un champ de mésons et d'un champ de nucléons, T est supposée une fonction de l'énergie ω du pion qui :

1° - peut être prolongée analytiquement dans le demi-plan supérieur

2° - vérifie la relation $T(\omega) < A |\omega|$ lorsque $|\omega| \rightarrow \infty$.

On peut alors lui appliquer la relation (A.1) avec $n = 1$. Pour obtenir des relations valables pour des processus physiques, il faut tenir compte de la structure de spin isotopique de l'amplitude de diffusion. On peut écrire :

$$T_1 = \frac{1}{2} (T^- + T^+)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} (T^- + T^+)$$

En utilisant les propriétés de symétrie de la fonction T on ramène le domaine d'intégration de 0 à $+\infty$. La partie de l'intégrale comprise entre μ (masse du pion) et l'infini peut être calculée en remplaçant $\text{Im } T^-$ par sa valeur tirée du théorème optique

$$\text{Im } T^- = \frac{k}{4\pi} \sigma \quad (A.2)$$

σ désignant la section efficace totale d'interaction $\pi^\pm$ - proton et k le module du vecteur propagation du pion.

La partie de l'intégrale correspondant à la région "non physique" $0 - \mu$ se calcule à l'aide de la théorie de l'interaction pion-nucléon et s'exprime en fonction de la constante de couplage F du champ de mésons et du champ de nucléons.

Finalement, on obtient les relations suivantes :

$$\text{Re } f_{e_+}(\omega) = \frac{1}{2} (1+\omega) \text{Re } f_{e_+}(1) + \frac{1}{2} (1-\omega) \text{Re } f_{e_-}(1) +$$

$$+ \frac{\omega^2 - 1}{4\pi^2} \text{v.p.} \int_1^\infty \left(\frac{G_+(v')}{(v' - \omega)} + \frac{G_-(v')}{(v' + \omega)} \right) \frac{dv'}{\sqrt{v'^2 - 1}} + \frac{2F^2}{\mu^2} \frac{\omega^2 - 1}{\omega + \frac{1}{2M}} \quad (A.3)$$

$$\text{Re } f_{e_-}(\omega) = \frac{1}{2} (1+\omega) \text{Re } f_{e_-}(1) + \frac{1}{2} (1-\omega) \text{Re } f_{e_+}(1)$$

$$+ \frac{\omega^2 - 1}{4\pi^2} \text{v.p.} \int_1^\infty \left(\frac{G_-(v')}{(v' - \omega)} + \frac{G_+(v')}{(v' + \omega)} \right) \frac{dv'}{\sqrt{v'^2 - 1}} - \frac{2F^2}{\mu^2} \frac{\omega^2 - 1}{\omega + \frac{1}{2M}} \quad (A.4)$$

ω est l'énergie totale du pion dans le système où le nucléon est immobile.
 M est la masse du proton. Le système d'unités est tel que $\hbar = c = u = 1$
 $f_{e+}^{(\omega)}$ et $f_{e-}^{(\omega)}$ sont les amplitudes de diffusion élastique vers l'avant
 π^+ - proton et π^- - proton correspondant à l'énergie ω du pion.

II. - RELATIONS DE DISPERSION ET DIFFUSION PION-NUCLEON LIE

Nous pouvons considérer l'amplitude de diffusion pion-nucléon lié comme une fonction analytique et tenter d'appliquer la relation (A.4) (dans laquelle nous ne faisons pas le remplacement A.2). Cette relation est-elle valable ? Les deux questions qui se posent sont l'analyticité et l'intégration dans le domaine " non physique ". A priori avec l'adoption d'un modèle nucléaire identique à ceux que nous avons utilisés, l'analyticité paraît pouvoir être préservée. Quant à l'intégration dans la région non physique elle donnera le terme contrôlé par la même constante F si l'interaction pion-nucléon est la même dans l'état lié et dans l'état libre.

Ce dernier point demande à être discuté. En effet l'hypothèse la plus naturelle dans le modèle tel celui du gaz de Fermi peu dégénéré est de supposer que la réduction de la section efficace affecte dans la même proportion les parties réelles et imaginaires. Cela entraînerait un F_b (valeur empirique de F pour la relation valable dans le cas de la diffusion pion-nucléon lié) diff rent de F . Nous n'avons pas étudié la signification physique d'une telle altération. En fait il n'est nullement certain qu'un modèle nucléaire plus réaliste n'exige pas l'annulation complète de la diffusion vers l'avant. Il faudrait alors considérer les relations de dispersion à d'autres angles ce qui ne présenterait d'ailleurs pas de désavantage par rapport à l'utilisation de l'angle nul puisque de toute façon le théorème optique est inutilisable.

APPENDICE II

RESEAUX DE COURBES $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$, $\bar{\Phi} = f(\theta)$

Nous donnons ici les réseaux de courbes représentant (voir chapitre V) les variations des fonctions $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$ et $\bar{\Phi} = f(\theta)$ pour une impulsion du pion incident égale à 900 MeV/c. Rappelons la signification des notations :

- θ : angle de l'impulsion du pion émergent et de l'impulsion du pion incident
- φ : angle de l'impulsion du proton émergent et de l'impulsion du pion incident
- E'_2 : énergie cinétique du proton émergent
- $\bar{\Phi}$: angle de l'impulsion du pion incident et du plan déterminé par les impulsions du pion et du proton émergents.

Nous avons groupé sur une même figure les courbes correspondant aux quatre valeurs de P_2 envisagées (P_2 : impulsion du proton dans le noyau) à savoir 0, 100 MeV/c, 200 MeV/c, 300 MeV/c et à un couple de valeurs α , ϵ (α : angle de l'impulsion du proton dans le noyau et de l'impulsion du pion incident, ϵ : angle des plans déterminés par les impulsions du pion et du proton avant et après la collision).

Les valeurs de α et ϵ utilisées sont les suivantes :

$$\alpha : 0, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$$

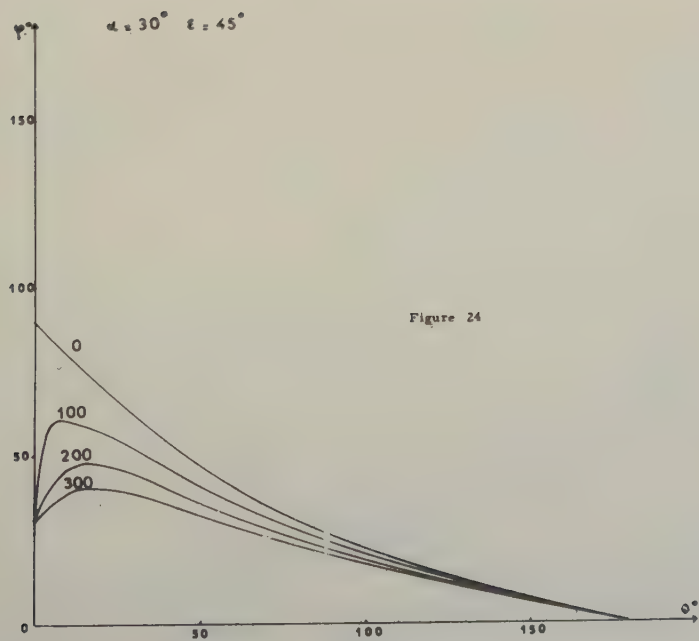
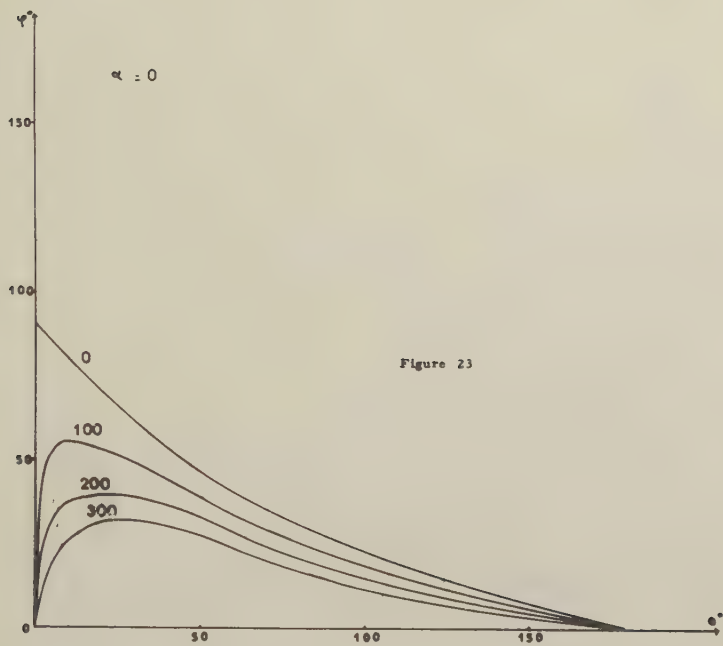
$$\epsilon : 0, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$$

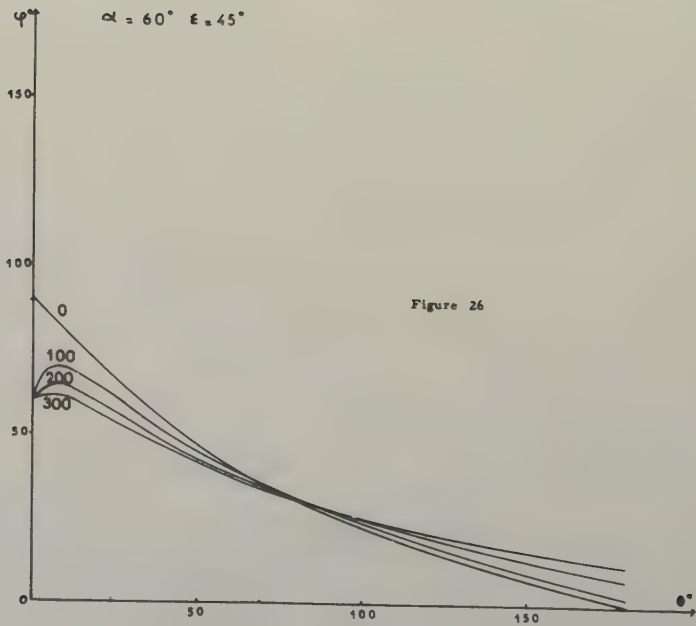
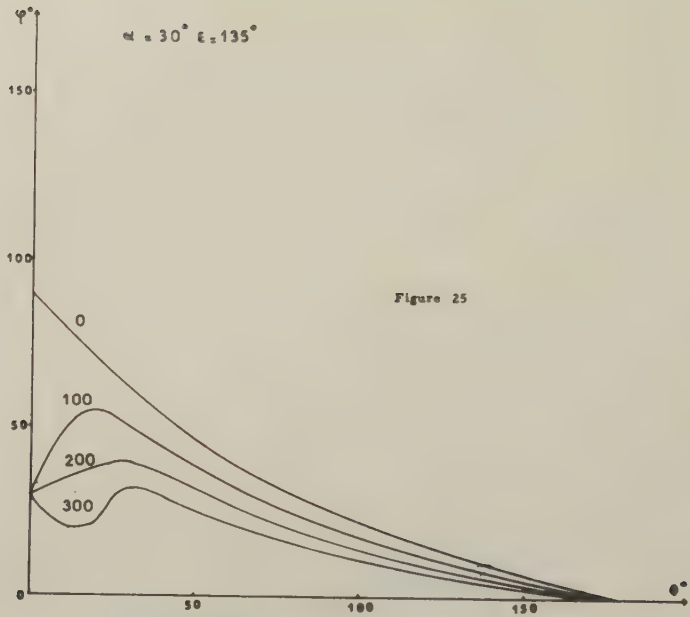
Nous représentons ici les réseaux de courbes $\varphi = f(\theta)$ et $E'_2 = f(\theta)$ (figures 23 à 46) correspondant à chaque valeur de α et à 2 valeurs de ϵ (45° et 135°) (Pour les valeurs $\alpha = 0$ et $\alpha = 180^\circ$ une seule courbe est

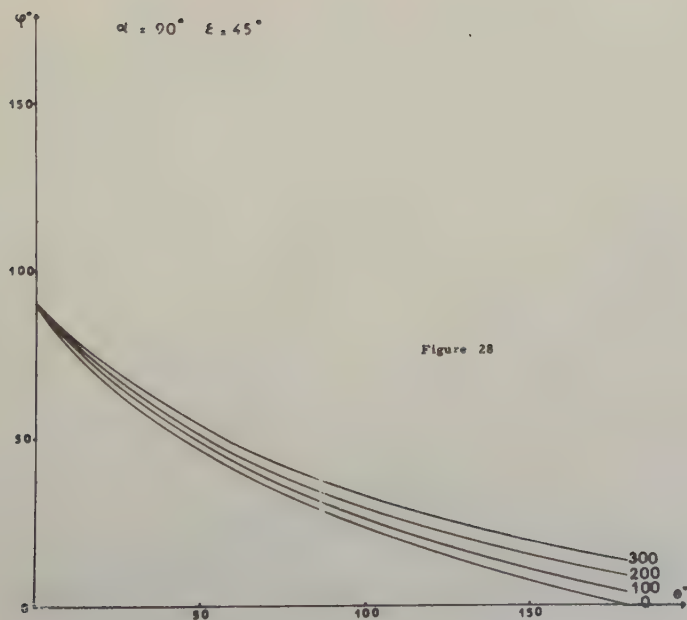
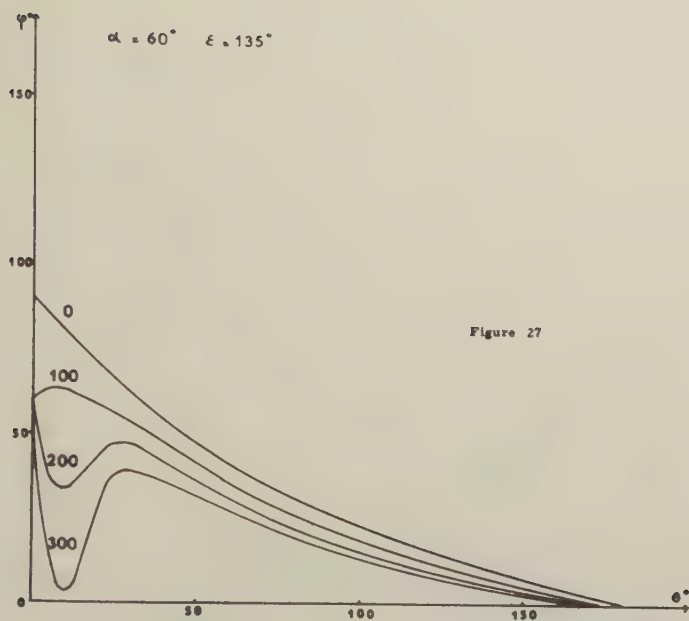
donnée puisque dans ce cas l'angle ϵ n'intervient pas). Nous avons jugé inutile de reproduire les courbes pour toutes les valeurs de ϵ celles-ci ayant en effet des formes très semblables. D'autre part les courbes $\bar{t} = f(\theta)$ étant pratiquement des droites parallèles à l'axe des abscisses (les différences extrêmes ne dépassant pas 30 minutes), nous indiquons dans le tableau X leurs ordonnées à l'origine.

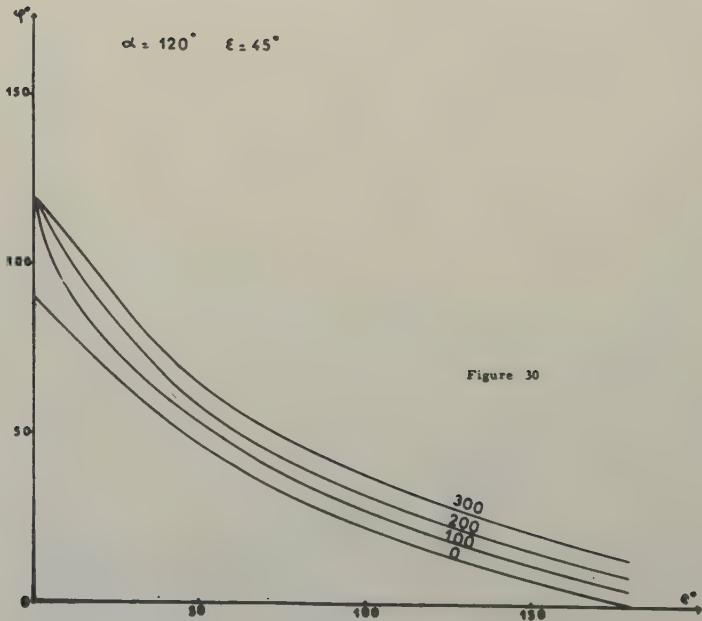
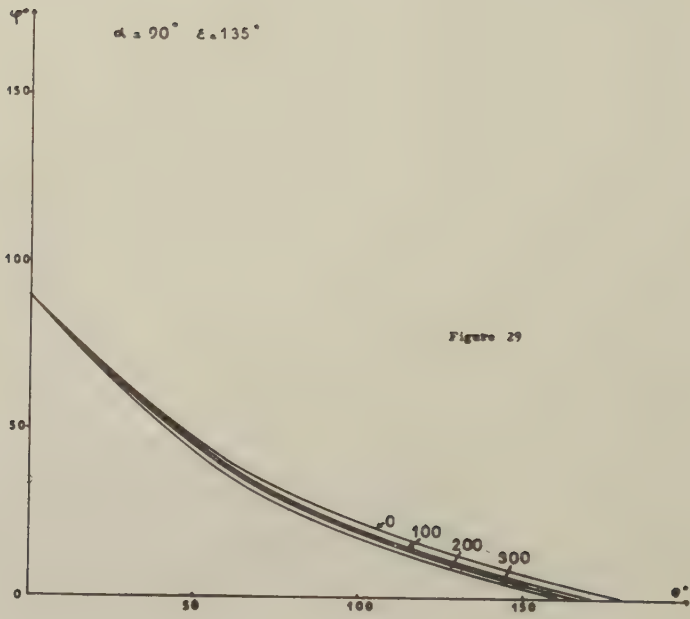
	γ	30	60°	90°	120°	150°
$\epsilon = 45^\circ$ $\epsilon = 135^\circ$	$\bar{t}$ $P_2 = 100 \text{ MeV/c}$	2°	4°	4°	4°	2°
	$\bar{t}$ $P_2 = 200 \text{ MeV/c}$	4°	7°	9°	9°	6°
	$\bar{t}$ $P_2 = 300 \text{ MeV/c}$	5°	10°	13°	13°	9°
$\epsilon = 90^\circ$	$\bar{t}$ $P_2 = 100 \text{ MeV/c}$	3°	5°	6°	6°	4°
	$\bar{t}$ $P_2 = 200 \text{ MeV/c}$	5°	10°	13°	13°	8°
	$\bar{t}$ $P_2 = 300 \text{ MeV/c}$	7°	14°	18°	19°	13°

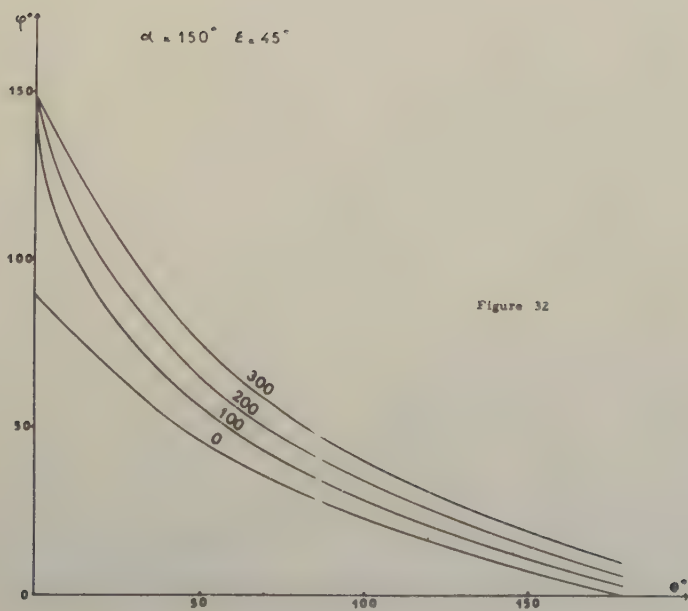
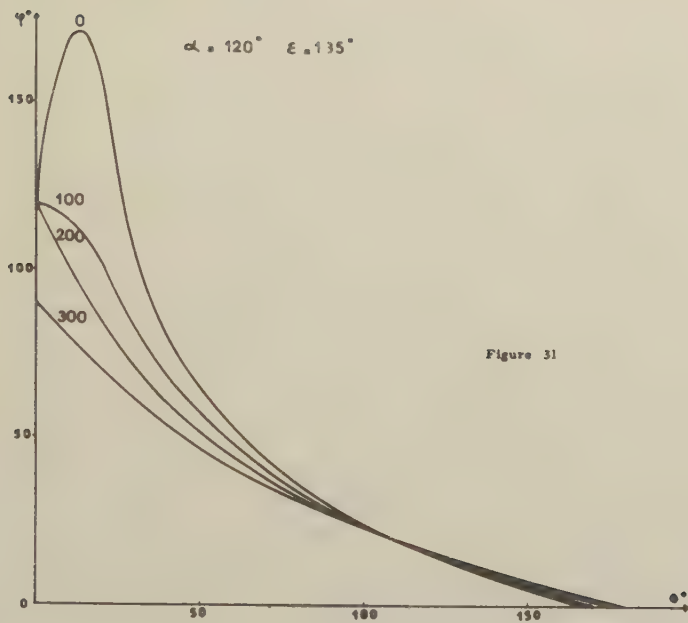
Tableau X

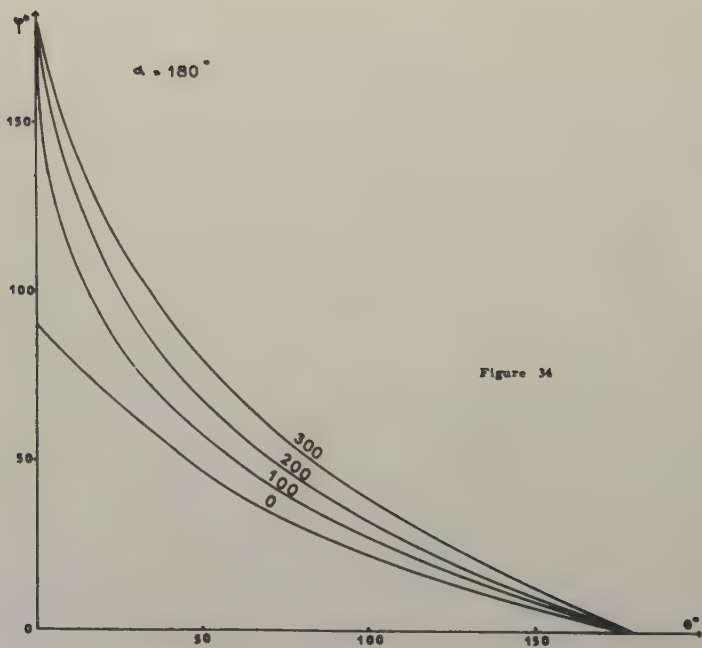
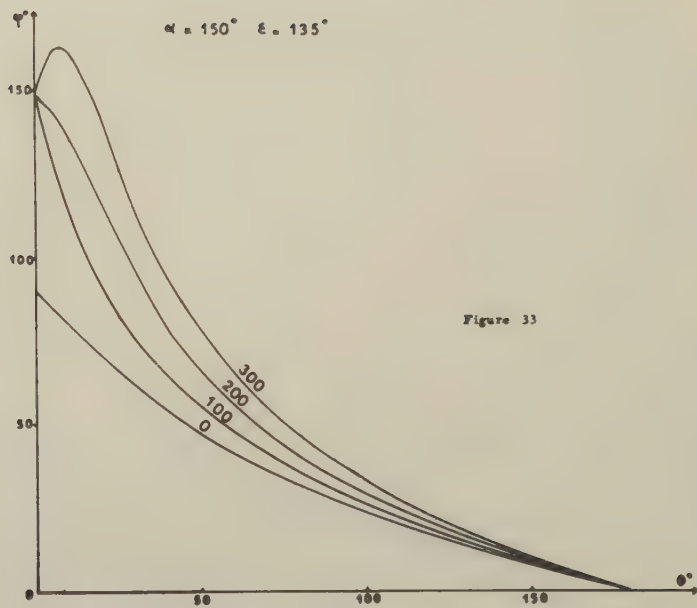


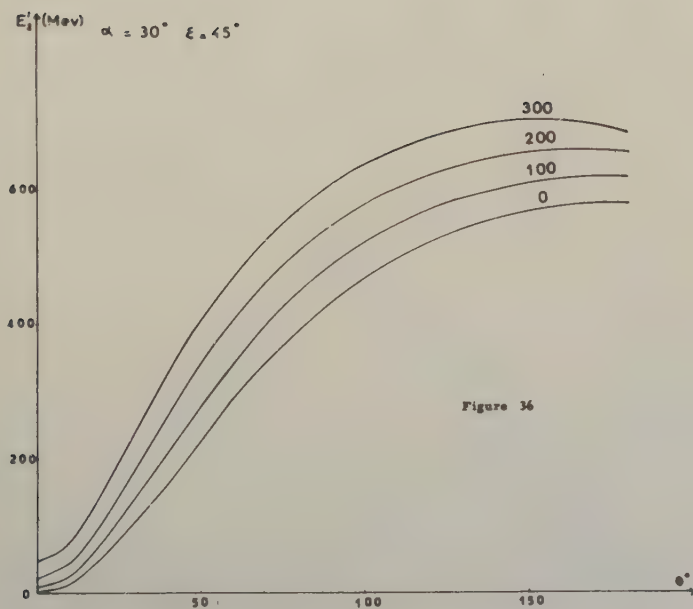
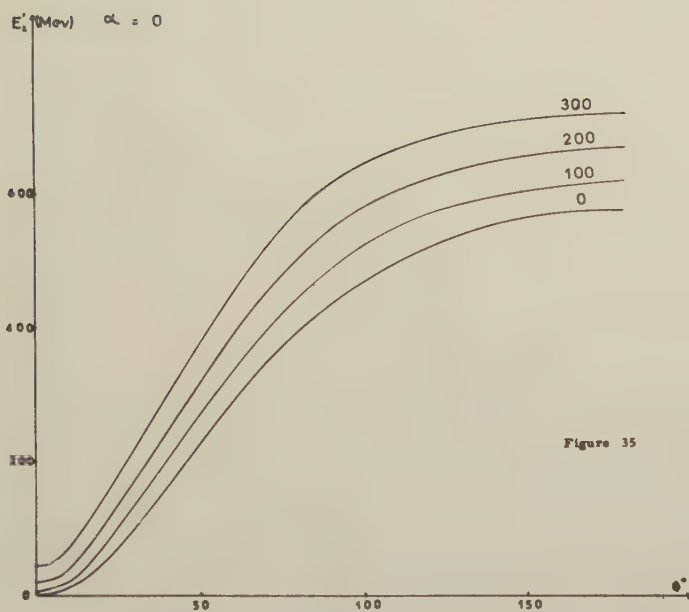


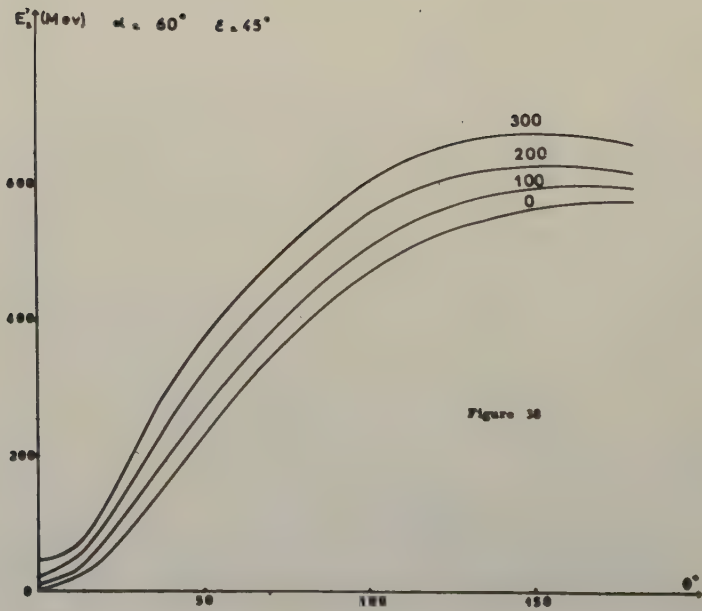
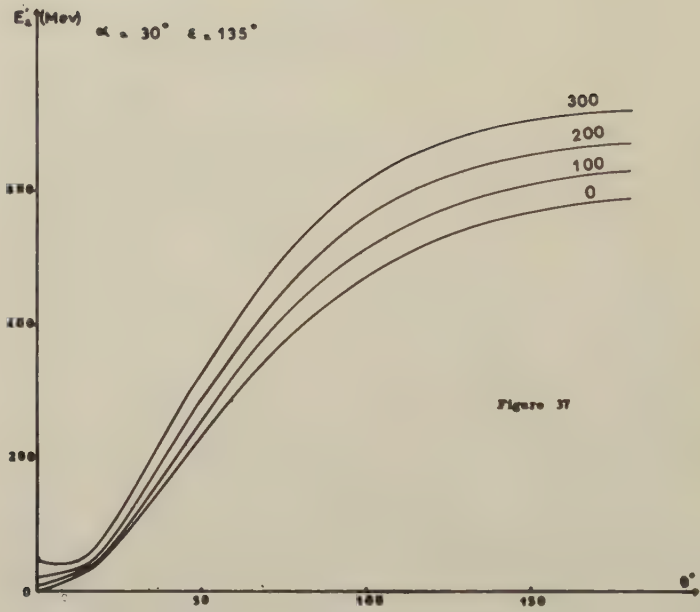


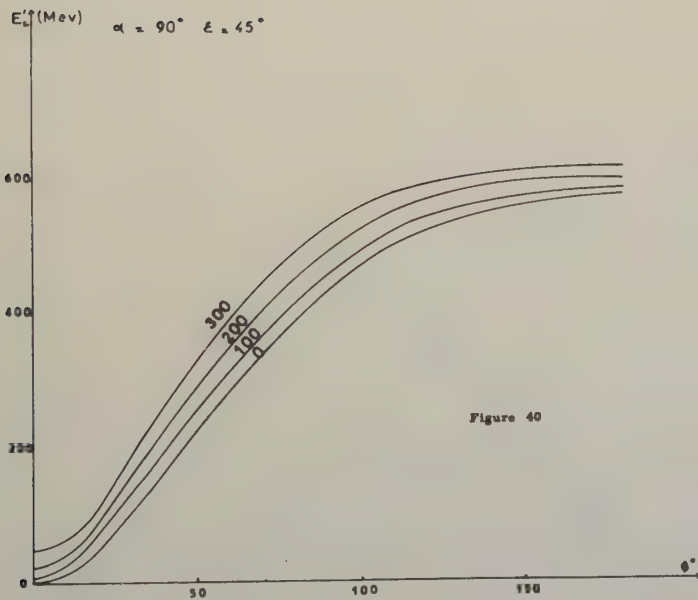
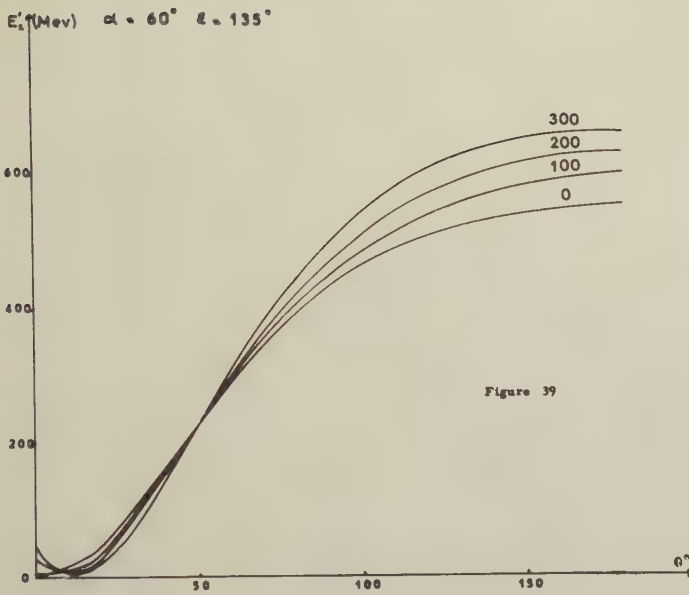


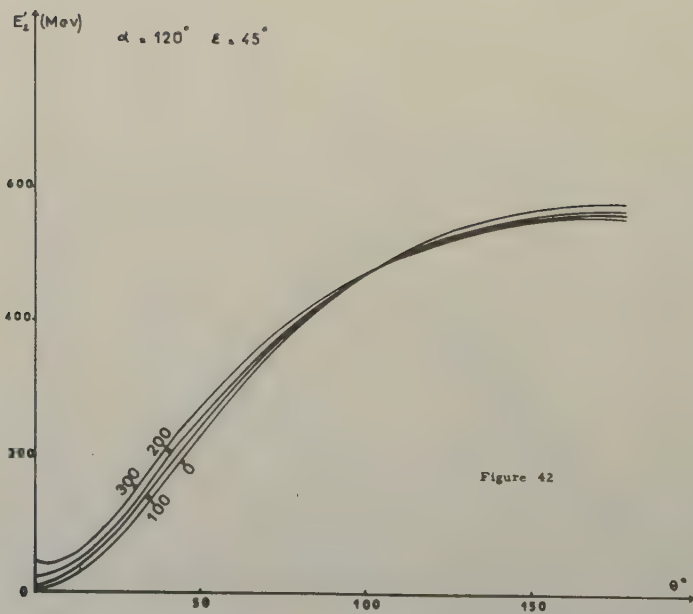
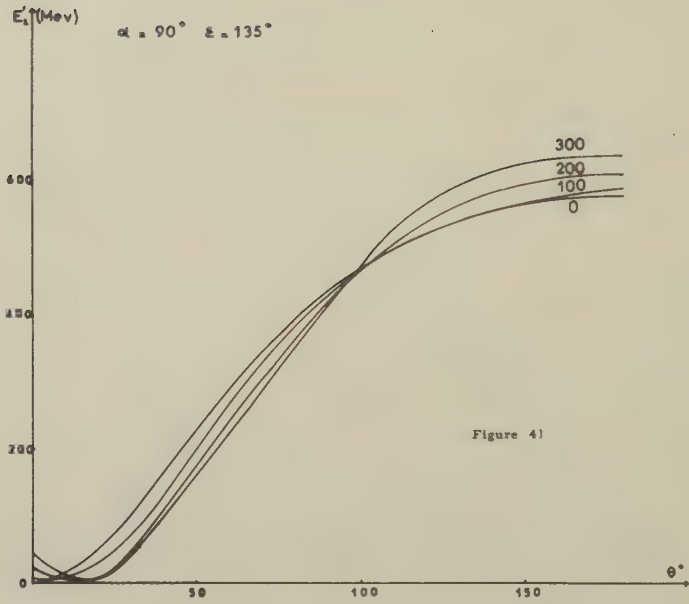


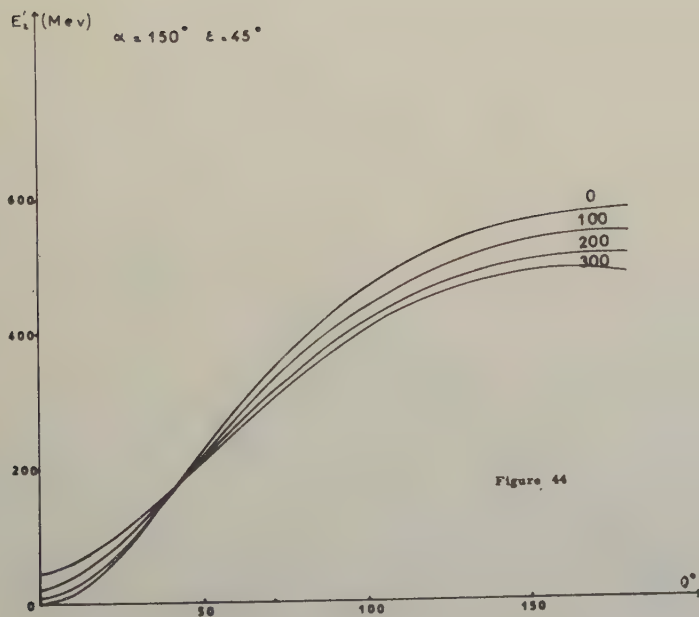
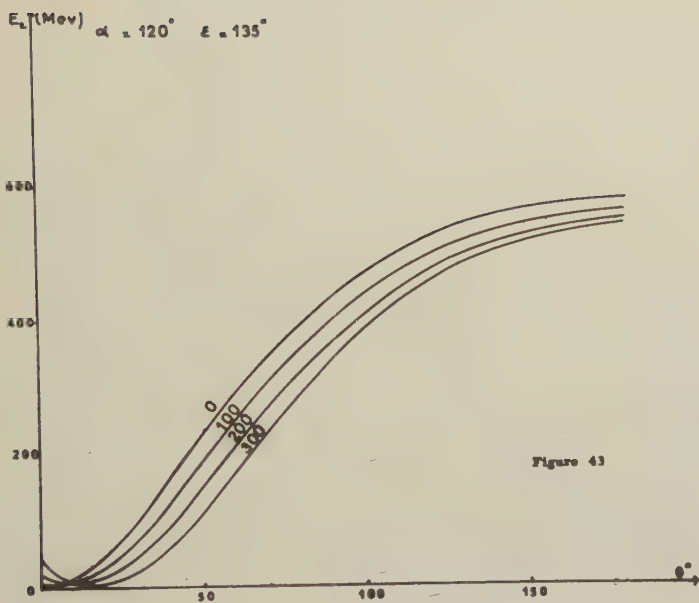


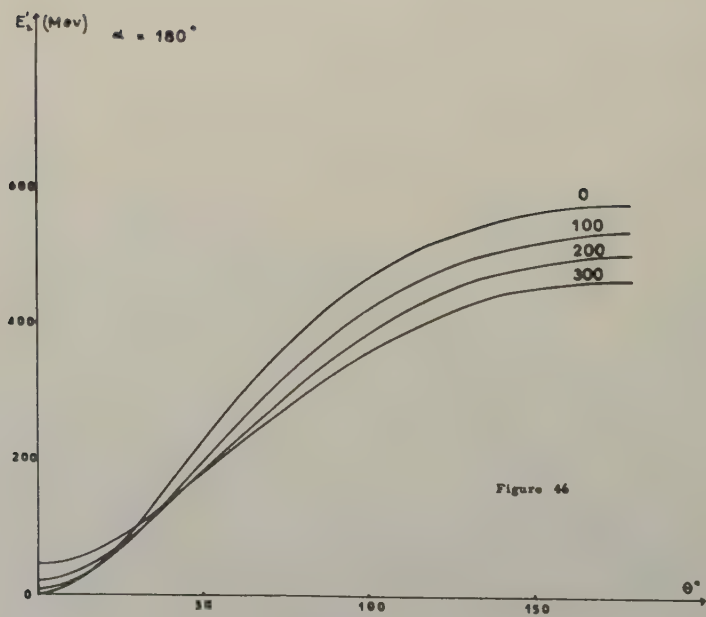
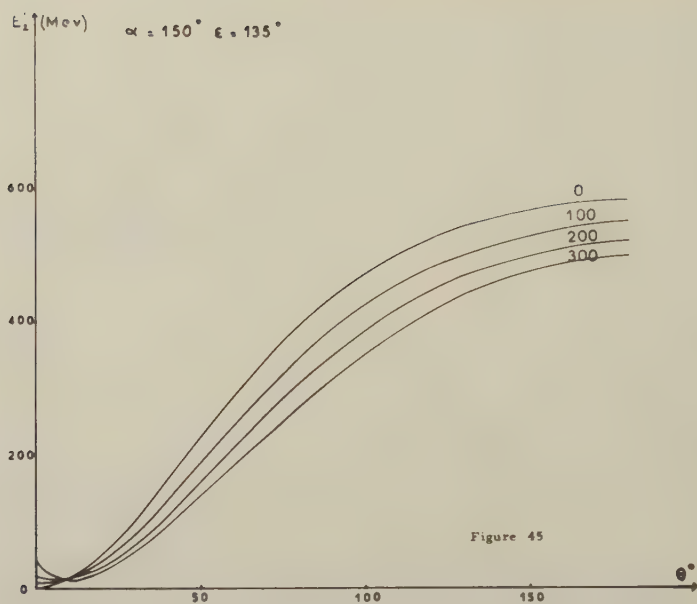












BIBLIOGRAPHIE

- 1 GOLDBERGER M. L.
Phys.Rev., 74, 1269, (1948)
- 2 BERNARDINI G. et col.
Phys.Rev., 88, 1017, (1952)
- 3 McMANUS H., et col.
Phys.Rev., 93, 924, (1954)
- 4 MEADOWS J.W.
Phys.Rev., 98, 744, (1955)
- 5 COMBE J.
Nuovo Cimento 53, 182, (1956)
- 6 METROPOLIS N.
Phys.Rev., 110, 185, (1958)
- 7 BARASHENKOV V.S., et col.
Nucl.Phys., 24, 642, (1961)
- 8 WINSBERG L., CLEMENTS T.
Phys.Rev., 122, 1623, (1961)
- 9 ABATE E. et col.
Nuovo Cimento 22, 1206, (1961)
- 10 GRADSZTAJN E.
J.Phys., 24, 829, (1963)
- 11 BERTINI H.
Phys.Rev., 131, 1801, (1963)
- 12 MARIS T.H. et col.
Nucl.Phys., 7, 1, (1958)
Nucl.Phys., 9, 577, (1958)
- 13 RILEY K.F.
Nucl.Phys., 13, 407, (1959)
- 14 GOODING J.S., PUGH H.G.
Nucl.Phys., 18, 46, (1960)
- 15 GOTTSCHALK B., STRAUCH K.
Phys.Rev., 120, 100, (1960)
- 16 GARRON J.L. et col.
Phys.Rev.Let., 7, 261, (1961)

- 17 Mme BENOIST GUEUTAL P.
Journal Phys.Rad., 22, 618, (1961)
- 18 JEAN M.
Colloque IISN Bruxelles, p.148 (1962)
- 19 RADVANYI P.
Colloque IISN Bruxelles, p.305, (1962)
- 20 RULHA C.
Phys.Let., 2, 44, (1962)
Phys.Let., 6, 282, (1963)
- 21 BERGGREN T., JACOB G.
Nucl.Phys., 47, 481, (1963)
- 22 TOLSTOV K.D.
Nucl.Phys., 47, 11, (1963)
- 23 PERRIN F.
Mécanique statistique quantique (Gauthier-Villars)
- 24 TROCHERIS M.
Les modèles statistiques du noyau
Presses Univ.de France Paris (1959)
- 25 CLADIS J. et col.
Phys.Rev., 87, 425, (1952)
- 26 WILCOX J.M.
Phys.Rev., 99, 875, (1955)
- 27 WATTENBERG A.
Phys.Rev., 104, 1710, (1956)
- 28 McEVEN J. et col.
Phys.Mag., 2, 231, (1957)
- 29 GREIDER K. A.
Phys.Rev., 114, 786, (1959)
- 30 AZHGIREY L.S. et col.
Nucl.Phys., 13, 258, (1959)
- 31 SELOVE W.
Phys.Rev., 101, 231, (1956)
- 32 GARRON J.P. et col.
Nucl.Phys., 37, 126, (1961)
J.Phys.Rad., 22, 622, (1961)
- 33 FERNBACH S. et col.
Phys.Rev., 75, 1352, (1949)

- 34 MARSHACH R.
Introduction to elementary particle Physics,
Interscience Pull, New York, (1961)
- 35 HAMILTON J.
Theory of elementary particles, Clarendon,
Press Oxford (1959)
- 36 PICCIONI O.
Annual international conférence on high energy physics at CERN (1958)
- 37 FOLEY K.J. et col.
Phys.Rev.Let., 10, 776, (1963)
- 38 GRARD F. et col.
Nuovo Cimento 12, 193, (1961)
- 39 LINDENBAUM S.J. et col.
Phys.Rev.Let., 7, 353, (1961)
- 40 DARDEL G. et col.
Phys.Rev.Let., 7, 127, (1961)
- 41 BORELLI V. et col.
Nuovo Cimento 10, 525, (1958)
- 42 CRITTENDEN R.R. et col.
Phys.Rev.Let., 2, 121, (1959)
- 43 CALVIN D. et col.
Phys.Rev.Let., 6, 481, (1961)
- 44 KARPLUS R., RUDERMAN M.A.
Phys.Rev., 98, 771, (1955)
- 45 GOLDBERGER M.L.
Phys.Rev., 99, 979, 986, (1955)

.....

	Page
INTRODUCTION	I
I - Position du problème	
II - Etude bibliographique	
III - Plan du mémoire	
<u>CHAPITRE I - Modèle nucléaire</u>	<u>5</u>
<u>CHAPITRE II - Cinématique d'une collision élastique particule-nucléon.</u>	<u>10</u>
I - Généralités	
II - Cas où l'impulsion du nucléon est nulle	
III - Cas où l'impulsion du nucléon n'est pas nulle	
<u>CHAPITRE III - Sections efficaces pion-proton libre aux grandes énergies</u>	<u>21</u>
<u>CHAPITRE IV - Calcul de la proportion des collisions interdites dans la diffusion élastique pion-proton lié.....</u>	<u>26</u>
II - Cas où l'impulsion du nucléon est nulle	
III - Cas où l'impulsion du nucléon n'est pas nulle	
IV - Coefficient d'interdiction moyen	
V - Précision	
VI - Conclusion	
<u>CHAPITRE V - Etude expérimentale de la diffusion élastique pion-proton lié à 1 GeV/c</u>	<u>44</u>
I - Méthode de détermination de l'impulsion des protons dans le noyau	
II - Choix des évènements	
III - Résultats obtenus sur la distribution des impulsions des protons dans le noyau	
IV - Détermination de la section efficace différentielle de diffusion élastique	
V - Conclusion	

CONCLUSION GENERALE	68
---------------------------	----

<u>APPENDICE I - Possibilités d'application des relations de dispersion</u> <u>à l'interaction pion-nucléon lié</u>	70
--	----

I - Relations de dispersion et diffusion pion-nucléon libre

II - Relations de dispersion et diffusion pion-nucléon lié

<u>APPENDICE II - Réseaux de courbes $\varphi = f(\theta)$, $E'_2 = f(\theta)$, $\varepsilon = f(\theta)$</u>	73
--	----

BIBLIOGRAPHIE

DEUXIEME THESE

Propositions données par la Faculté

" REACTIONS NUCLEAIRES INDUITES PAR LES IONS LOURDS "

Vu :

Les Membres du Jury :

A. SARAZIN

J. LAFOUCRIERE

G. PHILBERT

M. GUSAKOW

Vu et approuvé

Le Doyen de la Faculté des Sciences

J. BRACONNIER

Vu et accordé le permis d'imprimer :

Lyon, le 6 Octobre 1965

Le Recteur,
Président du Conseil de l'Université

P. LOUIS

